



UNIVERSITÀ DI PISA

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

**RELAZIONE PER IL CONSEGUIMENTO DELLA
LAUREA SPECIALISTICA IN INGEGNERIA MECCANICA**

Tesi

“Modellazione di iniettore a vapore”

RELATORI

Prof. Ing. Paolo Di Marco
Dipartimento di Ing. Energetica

Prof. Ing. Sandro Paci
Dipartimento di Ing. Mecc. Nucl. Prod.

IL CANDIDATO
Marco Pacati

Sommario

La tesi ricerca un metodo di caratterizzazione, per un iniettore a vapore, a geometria variabile. Si impiegano due metodologie di analisi differenti. La prima prevede una modellazione analitica del macchinario, la seconda utilizza un approccio di tipo simulativo, tramite l'analisi termofluidodinamica computazionale (CFD).

Si prova a realizzare la caratterizzazione analitica usando la teoria monodimensionale del *Miscelamento ad Area Costante*. La particolare geometria, imposta dalla logica di funzionamento dell'iniettore, fa sì che la modellazione sia in grado di dare risultati qualitativi, ma di scarsa precisione. L'indagine simulativa, viene realizzata su di un modello bidimensionale, tramite il software *Fluent*®. Questa si dimostra capace di ottenere adeguati risultati di previsione del funzionamento dell'iniettore.

All'interno delle curve di caratterizzazione, l'analisi CFD risulta maggiormente precisa, proprio nei punti di funzionamento ottimo per il macchinario.

La metodologia analitica viene impiegata su di un iniettore differente. Si effettua il dimensionamento di un iniettore a geometria fissa ed i risultati sono poi verificati con l'utilizzo di simulazioni *Fluent*®.

In questo caso, la teoria è in grado di fornire buone capacità di previsione.

Infine, sempre per quest'ultima tipologia, si sviluppa una regolazione della macchina, che agendo sulla pressione del vapore motore, porta l'iniettore a geometria fissa ad avere simili capacità di funzionamento che si realizzano con quello a geometria variabile.

Abstract

The thesis is about the search of a method to predict a steam variable geometry ejectors performance. It uses two different methods of analysis. The first one employs an analytical model, while the second one employs a simulative approach, by the Computational Fluid Dynamics technique (CFD).

The research tries to realize the analytical method model by using the one-dimensional Constant Area Mixing theory. The particular geometry, that comes from the logic of working of the ejector, allows the modelling to give qualitative results, but not precision.

The simulative analysis has been simulated on the basis of a two-dimensional model, using the Fluent software. This analysis has proved to be able to get suitable results of prediction of the ejector working. Within the ejector design graphs, the CFD analysis results are more accurate, exactly in the design points.

The analytical methodology has been employed on a different type of ejector with fixed geometry. The measuring performance are then verified with the use of CFD simulations. In that case the theory allows to give good prediction capacities.

Finally, always for this last kind of ejector, an adjustment of the device has been developed. It operates on the driving steam pressure, and leads the fixed geometry ejector to have a similar performance to them of the variable geometry ejectors.

Indice

| | |
|---|-----------|
| Introduzione | 1 |
| 1 Eiettori e Iniettori | 3 |
| 1.1 Generalità | 3 |
| 1.1.1 Campi di applicazione e impieghi | 5 |
| 1.1.2 Sviluppo delle teorie | 7 |
| 1.2 Pompe a Getto idrauliche | 9 |
| 1.2.1 Teorie ad un coefficiente di perdita | 9 |
| 1.2.2 Teorie a più coefficienti di perdita | 19 |
| 1.3 Iniettori impieganti fluidi comprimibili | 31 |
| 1.3.1 Studi di Fabri, Siestrunk e Fabri Paulon | 31 |
| 1.3.2 Teorie del miscelamento a pressione o area costante . . | 37 |
| 1.3.3 Teoria di Munday e Bagster | 43 |
| 2 Iniettore a geometria variabile IGV | 48 |
| 2.1 Modellazione analitica | 53 |
| 2.1.1 Caratterizzazione del Regime di Miscelamento | 57 |
| 2.1.2 Caratterizzazione del Regime Supersonico | 58 |
| 2.1.3 Risultati dell'analisi | 60 |
| 3 Analisi CFD dell'Iniettore IGV | 68 |
| 3.1 Introduzione all'analisi CFD | 68 |
| 3.1.1 Modello fisico | 70 |
| 3.1.2 Modello Matematico | 71 |
| 3.1.3 Modello numerico | 74 |
| 3.2 Scelta della geometria CFD | 82 |
| 3.3 Modellazione dell'iniettore | 84 |
| 3.4 Impostazioni Fluent | 88 |
| 3.4.1 Condizioni al Contorno | 88 |
| 3.4.2 Proprietà del fluido | 90 |
| 3.4.3 Impostazioni del Solver | 90 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 3.4.4 | Modellazione della turbolenza | 94 |
| 3.4.5 | Criterio di convergenza | 99 |
| 3.5 | Risultati dell'analisi | 100 |
| 3.5.1 | Soluzione di primo tentativo e miglioramenti | 102 |
| 3.5.2 | Risultati caratterizzazione CFD | 105 |
| 3.5.3 | Osservazioni | 114 |
| 4 | Iniettore a geometria fissa IGF | 115 |
| 4.1 | Progetto di iniettore IGF | 117 |
| 4.2 | Regolazione dell' IGF | 126 |
| 5 | Conclusioni | 131 |
| | Appendici | 133 |
| A | File Matlab 1 | 133 |
| B | File Matlab 2 | 140 |
| C | File Matlab 3 | 146 |
| D | File Matlab 4 | 149 |

Introduzione

L'iniettore è un'apparecchiatura da sempre impiegata nelle applicazioni industriali. Le ragioni che giustificano l'uso di questo tipo di macchinario sono la semplicità costruttiva, la compattezza, l'affidabilità e la sicurezza. L'iniettore a vapor d'acqua studiato nella tesi, viene utilizzato per il riciclo di vapore nei cilindri essiccatoi delle macchine per la produzione della carta. L'impiego di vapore come strumento di riscaldamento nell'industria cartaria, rispetto ad altri sistemi, presenta i seguenti vantaggi: semplicità dell'impianto, ottimo scambio termico, facilità di regolazione della temperatura. L'utilizzo del vapore necessita di un adeguato sistema di estrazione del "condensato" dal cilindro essiccatore. Per questo scopo, si impiega l'iniettore regolabile, che grazie alla possibilità di variazione della sezione di gola dell'ugello, ha capacità di funzionamento più elastiche di un iniettore a geometria fissa senza alcuna regolazione.

La tesi cerca di prevedere il funzionamento dell'iniettore usando due differenti metodi. Il primo utilizza una semplice teoria analitica ed il secondo un approccio simulativo impiegando la *Termofluidodinamica Computazionale CFD*.

Confrontando i risultati ottenuti, con i dati di funzionamento rilevati, la tecnica che mostra migliore capacità di previsione è l'analisi CFD.

Questa comporta però un gravoso lavoro di preparazione dei modelli simulativi e di notevoli tempi di calcolo.

La modellazione analitica che si impiega non è in grado di considerare tutti gli aspetti che caratterizzano il funzionamento dell'iniettore a geometria variabile.

Si sceglie di considerare un iniettore a geometria fissa, per verificare se il modello analitico sviluppato sia applicabile in condizioni più semplici.

I risultati che si ottengono sono poi confrontati con delle simulazioni CFD. La semplice teoria utilizzata si dimostra in grado di fornire capacità di previsione di funzionamento della macchina simili a quelle ottenute con l'analisi CFD. Per poter sfruttare questa caratteristica e considerando la semplificazione costruttiva, che deriva dall'impiego di un iniettore a geometria fissa,

si propone un sistema di regolazione, che tramite la pressione motore permette di ottenere comportamenti simili a quelli ottenuti con l'iniettore a geometria variabile.

Capitolo 1

Eiettori e Iniettori

Per Eietttore o Inietttore si intende un' apparecchiatura, senza organi meccanici in movimento, in cui l'energia cinetica di un fluido in moto, detto *fluido primario* o *trascinante*, viene trasferita, completamente o in parte, mediante miscelamento, ad un altro fluido detto *fluido secondario* o *trascinato*. Dopo il miscelamento, l'energia cinetica posseduta dall'insieme dei due fluidi può essere convertita, mediante il passaggio in un diffusore, in un aumento di pressione. Il fluido trascinato si porta così, ad una pressione finale superiore a quella dell'ambiente da cui viene prelevato, ottenendo quindi una compressione a spese di una diminuzione di energia da parte del fluido trascinante.

Si parla di *Eietttore* quando si vuole estrarre il fluido da un ambiente e di *Inietttore*, nel caso in cui lo scopo finale è quello immettere il fluido in un ambiente. Queste macchine possono anche venir chiamate, indistintamente, *Pompe a getto* (*Jet Pumps*).

La pompa a getto viene classificata come macchina *operatrice* di tipo statico in quanto costituita da canali fissi, senza organi mobili rotanti.

I fluidi operanti all'interno delle pompe a getto possono essere sia monofase che bifase.

1.1 Generalità

A prescindere dal tipo di fluidi utilizzati e dalle applicazioni per cui le pompe a getto sono impiegate, si può considerare come rappresentazione schematica di realizzazione degli eiettori/iniettori quella di figura 1.1(b). Il fluido trascinante o motore entra dalla sezione 2, successivamente, grazie al passaggio attraverso un *ugello*, viene aumentata la sua velocità, incrementando così l'energia cinetica ad esso associata. All'uscita dell'ugello il fluido entra

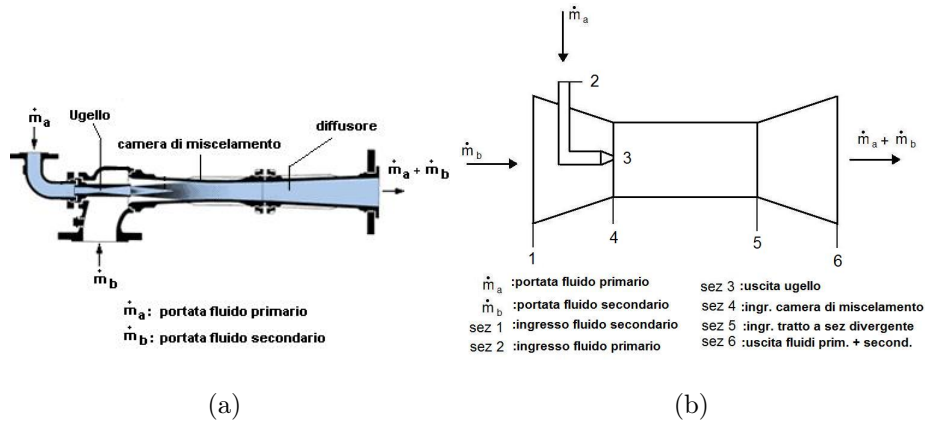


Figura 1.1: Pompa a getto(a) e sua rappresentazione schematica(b)

nella *camera di miscelamento* dove incontra il fluido trascinato o aspirato, che entrato nella pompa dalla sezione 1 possiede una velocità inferiore. Qui avviene il miscelamento dei due fluidi ed il passaggio di energia, che porterà il fluido aspirato ad aumentare la sua velocità e quello motore a diminuire la propria. A miscelamento terminato, la miscela fluido motore-aspirato entra in un diffusore dove subisce un incremento di pressione.

I tipi di fluidi impiegati e l'applicazione per la quale si impiega la pompa a getto, portano ad avere differenti comportamenti del fluido e diversi criteri di progetto. Infatti, se il fluido motore è comprimibile, ad esempio allo stato di vapore, nel passaggio all'interno dell'ugello potranno essere ottenute le condizioni critiche e raggiungere così la velocità del suono. In presenza di una miscela di gas in regime sonico, quando questa entra nel tratto divergente, può verificarsi una compressione per urto che porterà il ristabilirsi di condizioni subsoniche e un conseguente aumento di pressione. Tutto questo non può verificarsi se il fluido è incomprimibile e quindi in tal caso ha poco senso parlare di velocità del suono o di compressione per urto. Inoltre, se la pompa a getto è utilizzata come pompa idraulica e quindi impiegando fluidi allo stato liquido, nel suo dimensionamento si dovranno considerare le problematiche legate alla cavitazione, fenomeno non presente se i fluidi sono allo stato di vapore o gas.

Quanto detto non pregiudica però la descrizione del funzionamento delle pompe a getto fatta in precedenza, ma vuole solo sottolineare le varie differenze che possono presentarsi caso per caso, fermo restando il fenomeno fisico che sta alla base di tutte: il mescolamento tra i due flussi.

Nella sezione di ingresso (sezione 3) della camera di miscelamento, i valori

delle velocità dei due flussi motore e aspirato sono differenti, a valle di questa sezione le due correnti, generalmente in regime turbolento, cominciano ad interagire mutando i propri profili di velocità. E' qui che si verificano le azioni tangenziali, in parte dovute alla viscosità dei fluidi e in parte alla turbolenza, che portano il fluido motore ad essere rallentato e quello aspirato ad essere accelerato. Si arriva infine alla sezione 4 di uscita dalla camera, dove i fluidi sono indistinguibili e il profilo della velocità si è uniformato.

L'aspetto legato alla turbolenza mette in evidenza l'*irreversibilità* del processo di mescolamento e quindi la forte dissipazione di energia presente. A causa di ciò, un limite all'applicazione delle pompe a getto è il basso rendimento che le caratterizza.

1.1.1 Campi di applicazione e impieghi

A fronte della scarsa convenienza di tipo energetico, legata ai bassi valori del rendimento, le pompe a getto vengono impiegate in molte applicazioni, specialmente dove prevalgono necessità quali:

- Semplicità costruttiva
- Compattezza
- Affidabilità
- Sicurezza

Infatti tali caratteristiche fanno sì che queste macchine possono venir utilizzate: nell'attività di dragaggio; nel pompaggio di fluidi da pozzi profondi; nell'innescare di sifoni e pompe centrifughe; per estrarre l'aria dai condensatori di vapore; nei dispositivi di tiraggio artificiale di camini; per la circolazione d'aria negli impianti di climatizzazione.

Con particolare riferimento alla sicurezza si cita, come esempio di applicazione, l'impiego di queste macchine in campo nucleare. In particolare nella ricircolazione dell'acqua di refrigerazione dei reattori nucleari BWR.

Considerando la figura 1.2, si vede come le pompe a getto siano inserite nel circuito di raffreddamento delle barre di combustibile del *core*. Grazie alla spinta propulsiva, presente per effetto della differenza di densità esistente fra l'acqua quasi satura, posta nella regione anulare tra core e mantello esterno (Wessel) e la miscela bifase acqua vapore, che si forma nel core quando questo viene raffreddato, si realizza una circolazione di fluido di scarsa portata. Gli iniettori sono stati quindi inseriti come organi acceleratori di flusso

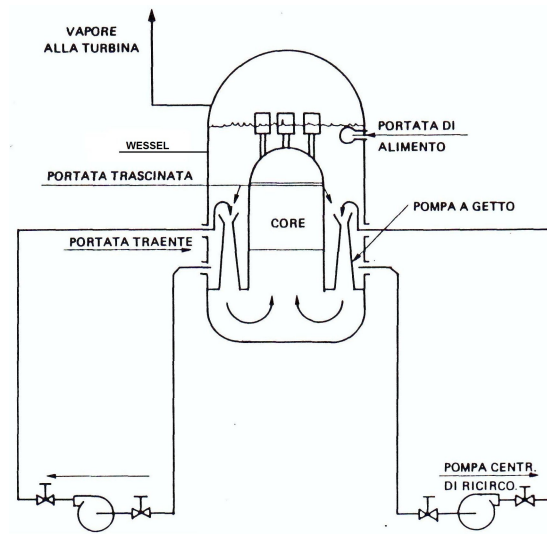


Figura 1.2: Schema di reattore

per ottenere una circolazione adeguata alle specifiche esigenze. Senza dilungare ulteriormente l'esposizione dell'esempio, si riportano le motivazioni che portano all'adozione della soluzione costruttiva in esame:

- Il circuito esterno al reattore dove sono inserite le pompe centrifughe di ricircolo non elabora tutta la portata dell'acqua di ricircolazione, i tubi sono molto più piccoli rispetto alla soluzione senza le pompe a getto, quindi i bocchelli sul mantello esterno del reattore sono più piccoli e questo rappresenta un vantaggio per la sicurezza del reattore in caso di rotture degli stessi.
- La bassa portata di fluido del circuito esterno consente l'impiego di pompe e relativi motori più leggeri e compatti, con relativo vantaggio economico e semplicità di impianto e manutenzione
- Le pompe a getto, non avendo organi solidi in movimento, sono di facile realizzazione e manutenzione. Contribuiscono così, ad aumentare l'affidabilità generale dell'impianto.
- Eventuali rotture di una o più pompe a getto non pregiudicano il funzionamento dell'impianto.
- In caso di rottura delle pompe centrifughe, l'impianto può funzionare ancora per un certo periodo di tempo, non essendo impedita la circolazione naturale, facilitando le misure e gli interventi di emergenza.

- In questo tipo di reattori sono richieste basse potenze di pompaggio, quindi l'aspetto del rendimento non assume grande importanza.

L'esempio sopra esposto, vuole mettere in risalto l'importanza di fattori come la sicurezza, che portano all'impiego degli iniettori.

In campi di applicazione più comuni si possono trovare utilizzi delle pompe a getto, ad esempio:

Industria cartaria : recupero e ricircolazione del vapore nei cilindri essicatori

Centrali elettriche : evacuazione di condensatori a valle di turbine

Trattamento di acque : aerazione delle acque

Costruzioni navali : svuotamento di serbatoi o spazi di zavorra.

A seconda del tipo di applicazioni per cui la macchina viene utilizzata cambiano i tipi di fluidi impiegati. In genere si impiegano le seguenti tipologie:

- Liquido-Liquido
- Vapore-Liquido
- Vapore-Vapore
- Liquido-Gas
- Gas-Gas

1.1.2 Sviluppo delle teorie

Il principio di funzionamento dell'eiettore/iniettore era già noto a Vitruvio vissuto nel 1° secolo a.c. Il suo primo impiego risale però, all'età contemporanea quando nel 1830, Stephenson utilizzò il getto di vapore di scarico alla base del camino, per favorire il tiraggio della locomotiva.

Il primo eiettore idraulico fu realizzato da Thomson nel 1852, ancor prima che ne fosse stata impostata una vera e propria teoria. Un approccio in tal senso fu tentato da Zeuner nel 1863 e poi da Rankine nel 1870. Ai loro studi teorici seguirono numerose prove sperimentali, svolte prevalentemente in Germania.

Nel 1900 comparve, ad opera del francese Rateau [1], la prima teoria organica, anche se criticabile nell'impostazione e concettualmente errata, come

sarà succesivamente rilevato da Citrini [1].

Fino al 1930 la pompa a getto non fu molto presa in considerazione a causa del suo basso rendimento. In questo anno gli statunitensi J.E.Gosline e M.P.Brien seguirono un programma molto vasto di studi e prove sperimentali, che permisero loro di mettere a punto una teoria, che consentiva di dimensionare le pompe a getto e di prevederne le caratteristiche di funzionamento in accettabile accordo con la realtà.

Seguirono poi numerosi studi, fra i quali quello di Citrini, che basandosi anche su di un lavoro svolto da Castagna, mise in chiaro dei concetti tuttora validi e attuali, formulando una teoria basata su un unico coefficiente di perdita, che tiene conto globalmente di tutte le dissipazioni di energia nei vari tronchi della pompa getto.

Teorie più moderne [1], ma aventi sempre come limite l'ipotesi di moto monodimensionale, sono state sviluppate da Wilman, Redi, Muller, Sangers, queste modificano le teorie precedenti, nell'impostazione di più coefficienti di perdita.

Per quanto riguarda invece gli studi che hanno riguardato l'iniettore impiegante però fluidi di tipo comprimibili l'evoluzione storica che si può tracciare è la seguente.

Nel 1910 Maurice Leblanc sviluppò un ciclo frigorifero, in cui il compressore veniva sostituito con la pompa a getto.

Nel 1942 ad opera di J.H.Keenan, E.P. Neumann [2], fu sviluppata una prima teoria sugli eiettori percorsi da gas. Tuttavia questa permetteva di predire il funzionamento del macchinario quando questo si trovava ad operare nelle sole condizioni di progetto. Inoltre le influenze derivanti dalla geometria della pompa a getto non venivano prese in considerazione.

Successivi studi condotti da Fabri e Paulon (1956) [4] e da Fabri Siestrunk (1958) [3], permisero di dedurre tre tipologie di regime di funzionamento, e per ognuna sono state proposte delle modalità di analisi che permettono con buona approssimazione di rappresentare il comportamento reale dei fluidi all'interno della macchina. I risultati da loro ottenuti sono stati validati da una larga serie di risultanze sperimentali.

Successivi studi di applicazioni in campo aerospaziale (Vertical/Short Take-Off and Landing) [16], hanno riguardato l'impiego di queste apparecchiature. Ulteriore interesse a queste macchine è stato posto, grazie al loro vantaggio di poter realizzare una compressione senza l'impiego di parti mobili e quindi eliminando un possibili fonti di vibrazioni, per la realizzazione della fase di compressione nei cicli frigoriferi [8], [9].

In tempi più recenti sono stati effettuati ulteriori studi che hanno portato alla scoperta di alcuni interessanti comportamenti che si possono avere all'uscita della camera di miscelamento e che portano un'ulteriore limitazione

alla capacità di trascinamento della pompa. Dutton e Carroll (1988) [5], [6] infatti rilevano la possibilità di ottenere il raggiungimento delle condizioni soniche per entrambi i fluidi, motore e trascinato, in uscita dalla camera di miscelamento fattore che in sostanza, si discosta dai regimi di funzionamento individuati da Fabri e aggiunge un vincolo ulteriore alle capacità operative del macchinario.

Altri studi hanno riguardato l'influenza della geometria degli eiettori sulle loro caratteristiche di funzionamento [7].

Un ulteriore campo di applicazione che ha aumentato l'interesse verso gli iniettori è la possibilità di realizzare dei cicli frigoriferi, alimentati da calore di scarto (a bassa temperatura) proveniente da altri processi, quindi in chiave di risparmio energetico [15].

Infine le tecniche di simulazione numerica, come l'analisi CFD, hanno portato un notevole ausilio all'analisi dei fenomeni che interessano gli iniettori [11], [12], [13], [14].

1.2 Pompe a Getto idrauliche

Verranno ora esposte alcune teorie che permettono l'analisi degli eiettori/iniettori. Queste sono tutte basate sull'ipotesi di monodimensionalità e di fluidi monofase. Si riportano quelle basate su un *unico coefficiente di perdita* e quelle relative a *più coefficienti di perdita*.

Ulteriore differenziazione si ha tra le teorie nate per lo studio delle macchine, quando in queste i fluidi sono allo stato liquido e quelle che studiano il caso di fluidi allo stato di vapore o gas.

1.2.1 Teorie ad un coefficiente di perdita

Tra queste teorie si riportano quelle formulate da Rateau e da Citrini, valide per fluidi monofase ed allo stato di liquido.

Prima teoria di Rateau

Le ipotesi alla base di questa teoria sono:

- Monodimensionalità del moto dei fluidi;
- Fluido monofase ed in particolare allo stato liquido;
- Trascurabilità delle azioni dovute alla presenza dei condotti;
- Pressione all'interno della camera di miscelamento costante.

Con l'ultima ipotesi si intende che la somma dell'energia di pressione e geodetica rimane costante all'interno della camera.

Se come viene fatto di seguito, si considera l'asse della pompa orizzontale, si annulla la variazione di energia geodetica e si può quindi parlare esclusivamente di energia di pressione.

Guardando la rappresentazione schematica di figura 1.1(b) e applicando un bilancio integrale di quantità di moto, tra le sezioni 4 e 5 si ottiene

$$\dot{m}_a v_3 + \dot{m}_b v_4 - (\dot{m}_a + \dot{m}_b) v_5 = p_5 A_5 - p_4 A_4 \quad (1.1)$$

Considerando ora, che dal bilancio di massa e dall'uguaglianza delle aree 4 e 5 si ha:

$$\rho A_3 v_3 + \rho(A_4 - A_3) v_4 = \rho A_4 v_5 \quad (1.2)$$

e quindi

$$v_5 = v_3 \frac{A_3}{A_4} + v_4 \left(1 - \frac{A_3}{A_4}\right)$$

Si può così sostituire questo valore nell'equazione 1.1 e arrivare al seguente risultato

$$p_5 - p_4 = \rho \frac{A_3(A_4 - A_3)}{A_4^2} (v_3 - v_4)^2 \quad (1.3)$$

Questa relazione mostra come nella camera di miscelamento cilindrica si ha sempre un incremento di pressione, in contrasto con l'ipotesi iniziale di Rateau.

Seconda teoria di Rateau

La seconda teoria di Rateau, si differenzia dalla precedente, dal fatto di non considerare la pressione all'interno della camera di miscelamento costante.

Calcolando la variazione di energia subita dal fluido motore, nella camera di miscelamento e ipotizzando la pressione nell'intera sezione 4, comprendendo quindi anche la 3, pari a p_4 si ottiene:

$$H_3 - H_5 = \frac{p_3}{\rho} + \frac{v_3^2}{2} - \left(\frac{p_5}{\rho} + \frac{v_5^2}{2}\right) = \frac{v_3^2}{2} - \frac{(p_5 - p_4)}{\rho} - \frac{v_5^2}{2} \quad (1.4)$$

definendo ora il rapporto tra le sezioni 3 e 4

$$t = \frac{A_3}{A_4} = \frac{d_3^2}{d_4^2} \quad (1.5)$$

e ricordando l'equazione 1.3 si può scrivere la diminuzione di energia del fluido motore come

$$H_3 - H_5 = \frac{1-t}{2}(v_3 - v_4)[v_3(1-t) + v_4(1+t)] \quad (1.6)$$

In modo analogo, l'aumento di energia del fluido aspirato è dato da

$$H_5 - H_4 = \frac{p_5}{\rho} + \frac{v_5^2}{2} - \frac{p_4}{\rho} - \frac{v_4^2}{2} \quad (1.7)$$

e ricordando sempre l'equazione 1.3, si ottiene infine

$$H_5 - H_4 = [t(1-t)(v_3 - v_4)^2 - \frac{v_4^2}{2} + \frac{v_5^2}{2}] \quad (1.8)$$

Il rendimento dell'iniettore, relativo alla sola camera di miscelamento, è definito come il rapporto tra l'incremento di potenza del fluido aspirato e la corrispondente diminuzione del fluido motore:

$$\eta = \frac{\dot{m}_b(H_5 - H_4)}{\dot{m}_a(H_3 - H_5)} \quad (1.9)$$

quindi, tenendo conto dell'equazioni precedenti e ricordando che siamo in presenza di fluidi incomprimibili di stessa natura, $\rho_a = \rho_b = \rho$, si ottiene:

$$\eta = \frac{\dot{m}_b}{\dot{m}_a} \frac{[t(1-t)(v_3 - v_4)^2 - \frac{v_4^2}{2} + \frac{v_5^2}{2}]}{(1-t)\frac{v_4^2}{2}(\frac{v_3}{v_4} - 1)[\frac{v_3}{v_4}(1-t) + t + 1]} \quad (1.10)$$

Introducendo il rapporto tra le velocità dei due fluidi nelle sezioni 3 e 4

$$n = \frac{v_3}{v_4} \quad (1.11)$$

si arriva ad ottenere l'espressione del rendimento in una forma più compatta

$$\eta = \frac{n(2-t) + t}{n^2(1-t) + n(1+t)} \quad (1.12)$$

Se si definisce un ulteriore termine adimensionale, corrispondente al rapporto tra la portata del fluido trascinato e quella del fluido trascinante

$$r = \frac{\dot{m}_b}{\dot{m}_a} \quad (1.13)$$

si può verificare il seguente legame tra i parametri adimensionali fin qui definiti:

$$r = \frac{\rho v_4(A_4 - A_3)}{\rho v_3 A_3} = \frac{1-t}{nt} \quad (1.14)$$

Utilizzando questo legame e sostituendo nell'equazione 1.12 il termine n si ottiene

$$\eta = \frac{rt[3t - t^2(1+r) - 2]}{(t-1)[1 + t(t-2) + r(t+t^2)]} \quad (1.15)$$

Si è espresso così il rendimento della pompa a getto in funzione dei parametri adimensionali t, n .

La teoria di Rateau permette quindi una volta note le caratteristiche geometriche e di funzionamento della pompa a getto di valutarne il rendimento. Infatti, fissati i tre parametri adimensionali, il valore del rendimento è ricavabile dai grafici di figura 1.3, dove sono riportati gli andamenti di η in base alle due espressioni del rendimento ricavate in precedenza.

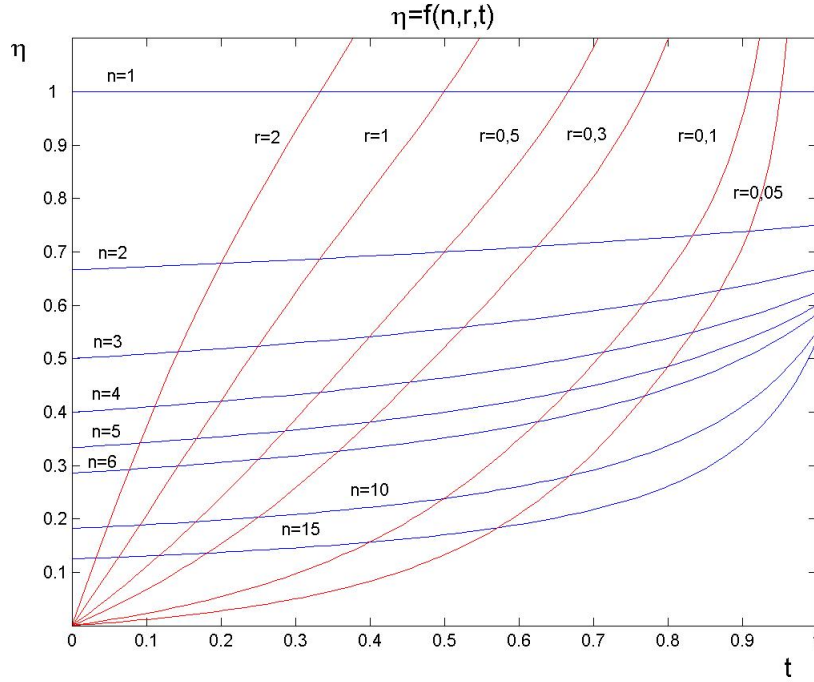


Figura 1.3: Curve del rendimento, secondo la teoria di Rateau.

Considerando il grafico ci si accorge che per $n = 1$ la teoria di Rateau, per qualsiasi valore e t da un valore del rendimento unitario. Ma la condizione $n = 1$, si ha quando le velocità di ingresso nella camera di miscelamento dei due fluidi sono uguali $v_3 = v_4$. La loro energia è quindi la solita essendo anche $p_4 = p_3$. Inoltre non considerando le azioni della parete e lo spessore dell'ugello, i due flussi in ingresso della camera sono indistinguibili, avendo anche la stessa direzione. In queste condizioni il passaggio di energia da uno

all'altro non può avvenire, e trascurando la presenza della parete della camera di miscelamento, la stessa energia dei due fluidi la si dovrà trovare all'uscita in altre parole $H_3 = H_4$ ma anche $H_3 = H_4 = H_5$. Quindi considerando la definizione di rendimento data dall'equazione 1.9, si vede come il valore di questo sia dato da un rapporto tra due differenze di valore nullo, quindi il suo valore non deve in questo caso essere definito.

Un'altra possibile interpretazione, che si può fare considerando la presenza dei condotti prima della camera di mix, può essere la seguente.

Le energie dei due fluidi in ingresso sono le stesse. Una diminuzione di energia in uscita nella camera si ha, ed è dovuta al fatto che i fluidi in ingresso hanno due profili di velocità distinti e separati a causa della presenza dell'ugello e delle relative azioni tangenziali che si hanno sia sul fluido primario che quello secondario. I due flussi dovendosi uniformare subiranno delle, se pur piccole, perdite di energia. Sotto questa ipotesi considerando l'equazione 1.9 che può venir scritta espandendo le portate e facendo ricorso ai coefficienti adimensionali precedentemente definiti (si ricorda che $n = 1$)

$$\eta = \frac{(1-t)(H_5 - H_4)}{t(H_3 - H_5)}$$

le differenze di energia a numeratore e denominatore, essendo $H_3 = H_4$ sono le stesse quindi rimane

$$\eta = -\frac{1-t}{t}$$

Quindi essendo: $0 < t < 1$, η è sempre negativo o al limite 0 ma non 1 come invece è affermato dalla teoria di Rateau.

Da quanto detto si deduce che la teoria, per quanto dia valutazioni abbastanza ottimistiche del fenomeno è comunque errata in quanto porta a conclusioni non veritiere.

Teoria di Citrini

Citrini riprende la teoria di Rateau e dopo averne messo in luce le inesattezze e i limiti, conclude che non si può assolutamente prescindere, nell'espressione della quantità di moto per la camera di miscelamento, dal considerare le azioni dovute alla presenza dell'attrito alla parete. La perdita di energia a cui si fa riferimento è quella riconducibile alla presenza di una forza esterna applicata dalla parete sulla superficie del volume di controllo, che è conseguenza della distribuzione della velocità nella sezione.

Non si deve confondere tale perdita di energia con la dissipazione dovuta al moto vorticoso delle particelle fluide, che porta alla degradazione di

energia meccanica: questa seconda perdita è implicitamente compresa nell'applicazione del teorema della quantità di moto.

Citrini mette in relazione la perdita con l'energia cinetica specifica del fluido aspirato, per unità di volume e la esprime come:

$$\Delta H = \lambda \rho \frac{v_4^2}{2} \quad (1.16)$$

Nell'equazione di bilancio della quantità di moto per la camera di miscelamento, la presenza delle azioni della parete si traduce in una forza diretta in senso opposto al moto dei fluidi e immaginata applicata alla sezione di uscita della camera di miscelamento e pari a

$$R_p = \lambda \rho A_5 \frac{v_4^2}{2} \quad (1.17)$$

Quindi il bilancio viene ad essere così espresso:

$$\dot{m}_a v_3 + \dot{m}_b v_4 - (\dot{m}_a + \dot{m}_b) v_5 = p_5 A_5 + R_p - p_4 A_4 \quad (1.18)$$

L'equazione di continuità rimane sempre quella espressa nella teoria di Rateau (equazione 1.2) per cui, considerando anche il termine t , rapporto tra le sezioni di ingresso, la differenza di pressione nella camera di miscelamento è data da

$$p_5 - p_4 = \rho t(1-t)(v_3 - v_4)^2 - \lambda \rho A_5 \frac{v_4^2}{2} \quad (1.19)$$

Si può osservare come l'incremento di pressione sia inferiore al caso ideale senza perdite ottenuto dall'analisi della teoria di Rateau, e la differenza sta proprio nella diminuzione dovuta alla presenza della parete.

In modo analogo a quanto fatto prima si possono ricavare le espressioni del rendimento in funzione delle due coppie di termini adimensionali n, t e r, t ottenendo

$$\eta = \frac{(t-1)[t(nt(n-2) + t + 2n(1-n)) + \lambda]}{tn[n(n + t(tn - 2t + 2 - 2n)) + t^2 - 1 - \lambda]} \quad (1.20)$$

$$\eta = \frac{tr[4t^2(1+r) - t^3(r^2 + 2r + 1) - t(\lambda r^2 + 2r + 5) + 2]}{t^4(r^2 + 2r + 1) - 4t^3(1+r) + t^2(\lambda r^2 - r^2 + 2r + 6) - 4t + 1} \quad (1.21)$$

Si pone ora il problema di determinare il coefficiente λ . Non essendovi sufficienti studi sperimentali e teorici in merito, per quanto riguarda il problema specifico, le possibili strade da percorrere sono due:

- Far ricorso a prove sperimentali

- Cercare di utilizzare i dati a disposizione per le condotte percorse da fluidi in moto uniforme

Con riferimento alla seconda opzione si possono fare le seguenti osservazioni.

Si può ipotizzare che almeno nella prima parte della camera di miscelamento, l'azione tangenziale può ritenersi dovuta essenzialmente alla corrente periferica di portata \dot{m}_b , la cui velocità media è inizialmente v_4 . Tale velocità va via via aumentando, fino a raggiungere il valore v_5 all'uscita della camera stessa, dove si ammette che il flusso sia ormai uniformato. Nelle sezioni intermedie l'andamento delle velocità è sicuramente dissimile da quello del moto uniforme, specie nella parte centrale, a causa della velocità di efflusso del getto v_3 , molto maggiore di v_4 . Nella zona di parete tuttavia, si può ipotizzare che l'andamento sia simile a quello del moto uniforme, come accade nelle sezioni estreme della camera.

Si possono allora esprimere le perdite con le stesse formule valide nel moto uniforme, assimilandole a quelle che si avrebbero in una corrente con velocità media v_m intermedia fra le v_4 e v_5 , per cui si può scrivere

$$\lambda \rho \frac{v_4^2}{2} = \lambda_c \rho \frac{v_m^2}{2} \quad (1.22)$$

Sotto queste ipotesi, λ_c è ricavabile dalle varie formule della letteratura e riconducibile al fattore di resistenza λ dell'abaco di Moody.

Per la valutazione esatta di v_m , occorre conoscere l'andamento sezione per sezione, della velocità della corrente periferica. In mancanza di dati si può supporre una variazione lineare dell'energia cinetica specifica, dal valore $\frac{v_4^2}{2}$ a $\frac{v_5^2}{2}$. Quindi considerando il valor medio dell'energia cinetica si ottiene

$$v_m^2 = \frac{1}{2}(v_4^2 + v_5^2) \quad (1.23)$$

Elaborando l'espressione di v_m , considerando i rapporti adimensionali t e n e l'espressione della v_5 ottenuta dall'equazione di continuità si può scrivere

$$v_m^2 = \frac{v_4^2}{2}[2 + t^2(n-1)^2 + 2t(n-1)] \quad (1.24)$$

e quindi ricordando l'uguaglianza ipotizzata con l'equazione 1.22 ottenere infine l'espressione cercata

$$\lambda = \frac{\lambda_c}{2}[2 + t^2(n-1)^2 + 2t(n-1)] \quad (1.25)$$

Si può ora sostituire la relazione trovata nelle espressioni del rendimento precedentemente ricavate ed ottenere

$$\eta = \frac{(1-t)[t(1-t)(n-1)^2 + \frac{1}{2}(tn+1-t)^2 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4}\lambda_c(2+t^2(n-1)^2 + 2t(n-1))]}{nt[\frac{1}{2}n^2 + t(t-1)(n-1)^2 - \frac{1}{2}(tn+1-t)^2 + \frac{1}{4}\lambda_c(2+t^2(n-1)^2 + 2t(n-1))]} \quad (1.26)$$

$$\eta = \frac{r[t(1-r)(\frac{1-t}{rt} - 1)^2 + \frac{1}{2}(\frac{1-t}{r} + 1-t)^2 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4}\lambda_c(2+t^2(\frac{1-t}{rt} - 1)^2 + 2t(\frac{1-t}{rt} - 1))]}{\frac{(1-t)^2}{2r^2t^2} - t(1-t)(\frac{1-t}{rt} - 1)^2 - \frac{1}{2}(1-t + \frac{1-t}{r})^2 + \frac{1}{4}\lambda_c(2+t^2(\frac{1-t}{rt} - 1) + 2t(\frac{1-t}{rt} - 1))} \quad (1.27)$$

Occorre fare una precisazione sulla validità dei risultati ottenuti. Le ultime due equazioni che riportano il rendimento ottenuto con la teoria di Citrini, hanno validità nell'ipotesi fatte per la determinazione del coefficiente λ .

La strada seguita però, è solo un modo, come già in precedenza è detto, per ottenere dei risultati numerici indicativi del fenomeno. Infatti il problema della ricerca dei valori di λ è stato spostato nel riscontro effettivo delle ipotesi che permettono di arrivare all'equazione 1.25. Queste sono state dedotte da un ragionamento che potrebbe non essere totalmente veritiero. In particolare, il considerare le azioni tangenziali agenti solo sulla corrente di fluido trascinato, può facilmente cadere in difetto quando il mescolamento arriva ad interessare anche il fluido adiacente alla parete della camera di miscelamento. Infine aver considerato come velocità media intermedia quella determinata con l'equazione 1.23, è solo una possibile ipotesi che però sicuramente non rispecchia a pieno la realtà del fenomeno.

In conclusione prima di passare all'analisi di quelli che sono i risultati ottenuti, è bene chiarire che la teoria Citrini sotto le sue ipotesi iniziali, ha una sua ampia veridicità, in particolare per quel che riguarda la necessità di considerare le azioni dovute alla presenza della parete per il bilancio della quantità di moto della camera di miscelamento, ma la corrispondenza tra i risultati ottenibili con il suo impiego e il fenomeno reale è legata alla bontà delle ipotesi che portano alla scelta di λ , e che come si è visto, possono non essere del tutto veritieri.

Fatta questa premessa, l'equazione 1.26 e l'equazione 1.27, difficilmente analizzabili a prima vista, sono graficate per un valore di $\lambda_c = 0.3$ (valore in eccesso, ma impiegato da Citrini per pompe di piccole dimensioni) in figura 1.4.

Dall'analisi della figura, si vede come la presenza delle perdite di energia influenzi in modo negativo il valore del rendimento. Infatti il suo valore massimo cala da 1, risultato ottenuto con la teoria di Rateau, ad un valore intorno a 0,4 e non si verifica più per $n = 1$. Anzi per $n = 1$ si hanno sempre valori negativi del rendimento come testimoniato dalla figura 1.5. Questo

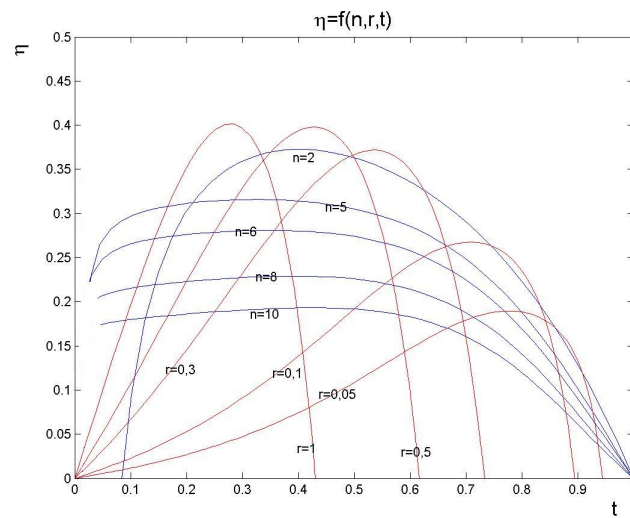


Figura 1.4: Curve del rendimento, secondo la teoria di Citrini.

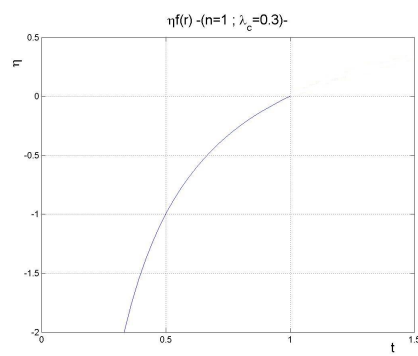


Figura 1.5: Curva del rendimento per $n=1$.

può essere spiegato considerando l'equazione 1.9. Infatti sotto le ipotesi fatte, si vede come $H_1 = H_4 > H_5$ e quindi il risultato per qualsiasi t è sempre negativo.

Altro aspetto da notare è che il rendimento per $t \rightarrow 1$ tende 0 per qualsiasi valore di n . Questo è spiegabile considerando che per $t = 1$ si ha solo portata motrice e quindi scompare quella trascinata, scomparendo quindi anche il lavoro utile.

Nelle considerazioni fin qui fatte non è stata presa in considerazione la presenza del diffusore. Infatti lo stesso rendimento espresso dall'equazione 1.9 è definito senza considerare la presenza di quest'ultimo.

Ridefinendo il rendimento della pompa a getto come

$$\eta_p = \frac{\dot{m}_b(H_6 - H_1)}{\dot{m}_a(H_3 - H_6)} \quad (1.28)$$

la presenza del diffusore viene così a essere compresa. Questo organo ha una certa influenza sul rendimento sopra definito, in quanto anche se l'angolo di apertura è scelto accuratamente, si ha sempre una dissipazione di energia.

In genere il rendimento del diffusore è espresso come il rapporto tra l'incremento di energia di pressione della corrente e la contemporanea diminuzione di energia cinetica.

$$\eta_d = \frac{2(p_6 - p_5)}{\rho(v_5^2 - v_6^2)} \quad (1.29)$$

Quindi la perdita di energia meccanica nel diffusore è esprimibile come

$$H_5 - H_6 = (1 - \eta_d) \frac{v_5^2 - v_6^2}{2} \quad (1.30)$$

Si vede quindi, che la presenza del diffusore comporta un abbassamento dell'energia fornita al fluido aspirato.

Ammettendo che in molti casi pratici il termine legato alla v_6 nell'equazione 1.29, sia trascurabile rispetto al termine legato alla v_5 la diminuzione di energia e quindi la presenza del diffusore è pensabile essere legata al termine v_5^2 e quindi grazie all'equazione di continuità e alla definizione del rapporto n , può essere riportata come un qualcosa proporzionale alla v_4^2 e quindi ai fini del rendimento totale della pompa a getto, può venir trattata allo stesso modo di $\lambda \rho v_4^2$, il termine che tiene conto delle perdite nella camera di miscelamento.

Si può in definitiva legare opportunamente la presenza del diffusore ai ragionamenti fatti in precedenza e ottenere un determinato λ_{tot} dato da

$$\lambda_{tot} = \lambda + \lambda_{diff} \quad (1.31)$$

e considerare questo per il calcolo del rendimento totale sfruttando l'equazione 1.26 e l'equazione 1.27.

Si vede quindi come la presenza del diffusore comporti una diminuzione del rendimento. Questa però, è necessaria, dato che se la pompa a getto fosse realizzata senza la presenza di questo elemento e non si potesse utilizzare direttamente l'energia cinetica del fluido in uscita, cosa che si riscontra nella maggioranza delle applicazioni, il rendimento totale calerebbe a valori bassissimi.

1.2.2 Teorie a più coefficienti di perdita

Si espongono ora delle teorie di studio che utilizzano più coefficienti di perdita per considerare tutte le tipologie e le zone della pompa a getto dove sono presenti perdite che influenzano il comportamento della macchina.

Teoria di Wilman

La teoria di Wilman basata sempre sull'ipotesi di monodimensionalità dei flussi e fluido monofase allo stato di liquido, affronta l'analisi del problema introducendo dei termini correttivi, per tener conto delle perdite di energia nei vari tratti della pompa a getto. In particolare queste perdite vengono considerate come prodotto tra i coefficienti correttivi e il termine $\frac{v^2}{2}$ o il termine $\rho \frac{v^2}{2}$ che viene ad essere così espresso come una pressione.

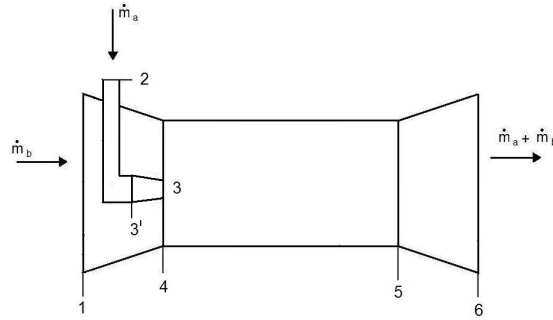


Figura 1.6: Sezioni dell'iniettore considerate nella teoria di Wilman.

Supponendo che a regime la pressione abbia lo stesso valore in tutti i punti di ciascuna sezione e inoltre che lo spessore della parete dell'ugello sia trascurabile, applicando un bilancio di energia meccanica tra le sezioni 3' – 3

e 1 – 4 si ottiene

$$p_{3'} - p_3 = \rho \frac{(v_3^2 - v_{3'}^2)}{2} + k_3 \rho \frac{v_3^2}{2} \quad (1.32)$$

$$p_1 - p_4 = \rho \frac{(v_4^2 - v_1^2)}{2} + k_1 \rho \frac{v_4^2}{2} \quad (1.33)$$

ma avendo ipotizzando che $p_4 = p_3$ l'ultima equazione può anche venir scritta

$$p_1 - p_3 = \rho \frac{(v_4^2 - v_1^2)}{2} + k_1 \rho \frac{v_4^2}{2} \quad (1.34)$$

Applicando ora il bilancio di quantità di moto alla camera di miscelamento e considerando le azioni alla parete tramite un coefficiente proporzionale a $\frac{v_5^2}{2}$ si ottiene

$$(\dot{m}_a + \dot{m}_b)v_5 - \dot{m}_a v_3 - \dot{m}_b v_4 = p_4 A_4 - p_5 A_5 - k_4 \rho \frac{v_5^2}{2} A_5 \quad (1.35)$$

da cui facendo comparire le portate volumetriche e ricordando l'uguaglianza delle sezioni 4 e 5 della camera di miscelamento si può ottenere la differenza di pressione tra queste ultime come

$$p_4 - p_5 = \rho \frac{(\dot{V}_a + \dot{V}_b)v_5}{A_4} - \rho \frac{\dot{V}_a v_3}{A_4} - \rho \frac{\dot{V}_b v_4}{A_4} + k_4 \rho \frac{v_5^2}{2} \quad (1.36)$$

Applicando ora il bilancio di energia a monte e a valle del diffusore si può scrivere

$$p_5 - p_6 = \rho \frac{(v_6^2 - v_5^2)}{2} + k_5 \rho \frac{v_5^2}{2} \quad (1.37)$$

Combinando ora l'equazione 1.34 , l'equazione 1.36 e l'equazione 1.37 si può ottenere la differenza di pressione che si ha tra le sezioni 1 e 6

$$p_6 - p_1 = \rho \frac{\dot{V}_a}{A_4} v_3 - \rho \frac{(v_6^2 - v_1^2)}{2} - \rho \frac{(v_4^2 - v_5^2)}{2} - \rho \frac{(\dot{V}_a + \dot{V}_b)}{A_4} v_5 - \rho \frac{\dot{V}_b}{A_4} v_4 - k_1 \rho \frac{v_4^2}{2} - k_4 \rho \frac{v_5^2}{2} - k_5 \rho \frac{v_5^2}{2} \quad (1.38)$$

Ora ricordando l'equazione di continuità (equazione 1.2), che lega le velocità di ingresso e di uscita dei fluidi nella e dalla, camera di miscelamento e ricordando le definizioni date per i parametri adimensionali n e t , unitamente al loro legame con la variabile r , si può esprimere la differenza di energia meccanica tra ingresso e uscita dalla pompa a getto data da :

$$H_6 - H_1 = \frac{p_6 - p_1}{\rho} + \frac{v_6^2 - v_1^2}{2} \quad (1.39)$$

come

$$H_6 - H_1 = \frac{1}{2}v_3^2[2t + 2\frac{t^2r^2}{1-t} - \frac{(1+k_1)r^2t^2}{(1-t)^2} - (1+k_4+k_5)(1+r)^2t^2] \quad (1.40)$$

La differenza di energia tra le sezioni 3' e 1 è invece esprimibile come

$$H_{3'} - H_1 = \frac{p_{3'} - p_1}{\rho} + \frac{v_{3'}^2 - v_1^2}{2} \quad (1.41)$$

Utilizzando le relazioni espresse dall'equazione 1.32 e dall'equazione 1.34, e introducendo come prima i termini n , t ed il loro legame con r l'equazione precedente diventa:

$$H_{3'} - H_1 = \frac{v_3^2}{2}[(1+k_3) - \frac{(1+k_1)r^2t^2}{(1-t)^2}] \quad (1.42)$$

Avendo definito queste due differenze di energia è possibile definire il rapporto adimensionale

$$\overline{N} = \frac{H_{3'} - H_1}{H_6 - H_1} \quad (1.43)$$

che in definitiva può venir espresso come

$$\overline{N} = \frac{(1+k_3) - \frac{(1+k_1)r^2t^2}{(1-t)^2}}{2t + 2\frac{t^2r^2}{1-t} - \frac{(1+k_1)r^2t^2}{(1-t)^2} - (1+k_4+k_5)(1+r)^2t^2} \quad (1.44)$$

In merito al parametro appena definito si può dire che una volta fissati i coefficienti di perdita k , si ottiene una relazione $\overline{N} = f(r, t)$ che fissato t si riduce a $\overline{N} = f(r)$. Questa rappresenta in un certo senso la *caratteristica teorica* di tutti gli eiettori aventi lo stesso rapporto t tra le aree, ammesso che i coefficienti di perdita possano ritenersi con sufficiente approssimazioni costanti, al variare delle condizioni di funzionamento.

Rimangono ora da determinare i coefficienti di perdita che sono stati introdotti dalla teoria.

Per quanto riguarda il coefficiente di perdita nella camera di miscelamento, dovuta alla dissipazione di energia per attrito alla parete, come fatto in precedenza con la teoria di Citrini, in mancanza di dati appropriati, per dare un valore a questa perdita, si possono utilizzare le espressioni delle perdite di carico nelle condotte e utilizzare l'abaco di Moody. La perdita di pressione può essere espressa come

$$\Delta p = \lambda \frac{l}{D} \rho \frac{v_m^2}{2} \quad (1.45)$$

dove l è la lunghezza della camera di miscelamento, D è il diametro della camera e λ è il coefficiente di perdita dell'abaco di Moody funzione del numero di Reynolds e della rugosità relativa. Per quanto riguarda la velocità può venir considerata, la media tra la velocità v_4 e v_5 . Ricordando che la perdita data dall'equazione 1.45 nella teoria di Wilman è stata considerata proporzionale al quadrato della velocità v_5 , tramite il coefficiente k_4 è possibile così combinare le due espressioni per ricavare il valore del coefficiente cercato.

Per determinare il valore del coefficiente di perdita k_5 , relativo al diffusore, si può combinare la definizione del rendimento η_d data dall'equazione 1.29, con equazione 1.37, ed ottenere così la seguente espressione

$$k_5 = (1 - \eta_d)[1 - (\frac{d_5}{d_4})^2] \quad (1.46)$$

Il coefficiente relativo alla perdita di energia nell'ugello, può venir calcolato utilizzando l'equazione 1.44, calcolata per un valore del parametro r pari a 0, relativo al caso particolare in cui sia nulla la portata di fluido aspirato

$$(\bar{N})_{r=0} = \frac{1 + k_3}{2t - (1 + k_4 + k_5)t^2} \quad (1.47)$$

da cui sostituendo i valori dei coefficienti k_5 e k_4 precedentemente trovati e noto il valore di $(\bar{N})_{r=0}$ è possibile ricavare il coefficiente k_3 cercato.

Per quanto riguarda il valore di k_1 Wilman afferma che questo si possa assumere pari al valore di k_3 .

I valori dei coefficienti di perdita così definiti e utilizzati da Wilman nella sua teoria, sono stati validati tramite una larga serie di prove sperimentali comprendenti l'analisi di una vasta gamma di possibili soluzioni costruttive.

Andando ora a considerare l'espressione del rendimento dell'iniettore questo è esprimibile come

$$\eta = \frac{\dot{m}_b(H_6 - H_1)}{\dot{m}_a(H_{3'} - H_6)} \quad (1.48)$$

la quale può essere scritta come

$$\eta = r \frac{H_6 - H_1}{(H_{3'} - H_1) - (H_6 - H_1)} = r \frac{1}{\frac{H_{3'} - H_1}{H_6 - H_1} - 1} = \frac{r}{\bar{N} - 1} \quad (1.49)$$

E' possibile ora fare delle considerazioni sui risultati ottenuti con la teoria di Wilman. Se si grafica una caratteristica teorica di un iniettore data dall'equazione 1.44, dove sono stati inseriti come coefficienti di perdita i seguenti valori trovati secondo i criteri precedentemente definiti e in accordo con i dati sperimentali ottenuti dalle prove di Wilman, nel caso in cui si abbia

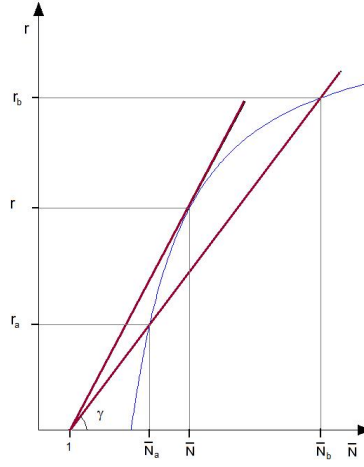


Figura 1.7: Caratteristica di una pompa a getto avente $t = 0,1$, secondo la teoria di Wilman.

- $\frac{v_5}{v_4} = 0,5$
- $\lambda = 0,018$
- $\frac{l}{D} = 6$
- $\eta_d = 0,85$
- $t = 0,1$

si ottiene il risultato di figura 1.7.

Se si traccia ora la retta passante per i punti $r = 0; \overline{N} = 1$ e $r_a; \overline{N}_a$ si vede come questa intersechi la caratteristica in due punti differenti. Se si considera l'angolo γ che questa realizza con l'asse delle ascisse si può osservare che la tangente di questo angolo corrisponde al rendimento dell'iniettore, infatti

$$tg\gamma = \frac{r_a}{\overline{N}_a - 1} = \eta \quad (1.50)$$

Il massimo del rendimento si realizza per la condizione di funzionamento in cui si ha la tangenza della curva passante per il punto $r = 0; \overline{N} = 1$ con la curva caratteristica.

Le considerazioni fatte da Wilman, che portano alla definizione della curva caratteristica teorica dell'iniettore, sono tutte basate su parecchie assunzioni anche abbastanza approssimative, non potendo considerare in una trattazione di massima tutte le variabili che influiscono sul funzionamento della

pompa a getto, come lo stato delle superfici, le caratteristiche cinematiche e dinamiche e le condizioni termodinamiche del fluido. Wilman però, come già precedentemente detto ha svolto un cospicuo numero di rilevazioni sperimentali, che mostrano come le assunzioni fatte possono essere in linea di massima accettate.

Si riporta infine l'andamento del rendimento della pompa a getto in funzione dei parametri t, r utilizzando gli stessi coefficienti di perdita impiegati nel caso precedente. Si noti come in questo caso il rendimento sia quello globale della macchina e non quello relativo alla sola camera di miscelamento.

Inoltre si vede che anche secondo questa teoria il rendimento massimo sia inferiore a 0,4.

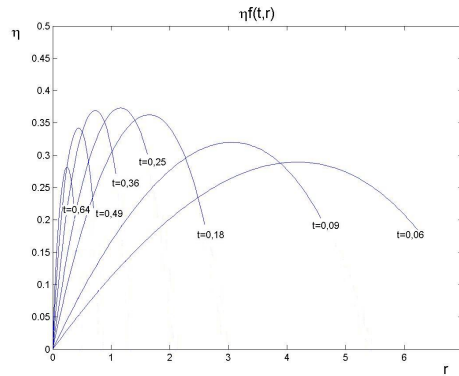


Figura 1.8: Curve del rendimento della pompa a getto secondo la teoria di Wilman.

Teorie di Reddy e di Müller

Si citano ora due teorie che sono simili nell'impostazione alla teoria di Wilman, ma differiscono in merito alle sezioni dell'iniettore che vengono prese in considerazione.

Le sezioni considerate ed il relativo schema sono quelle rappresentate in figura 1.9. Vengono presi in considerazione in modo aggiuntivo rispetto alle teorie precedenti il tratto di condotta 2-3' e la presenza di una curva tra le sezioni 0-2 che devia il flusso di fluido aspirato e gli permette di essere coassiale a quello motore.

La differenza rispetto alla teoria di Wilman è sulla modalità di definizione del rendimento infatti per queste teorie si definisce

$$\eta = \frac{\dot{m}_b(H_6 - H_0)}{\dot{m}_a(H_2 - H_6)} \quad (1.51)$$

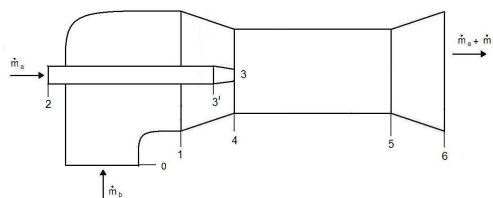


Figura 1.9: Schematizzazione della pompa a getto impiegata dalle teorie di Reddy e Müller.

Per quanto riguarda le perdite che caratterizzano l'iniettore nei suoi diversi tratti queste vengono ipotizzate sempre proporzionali tramite opportuni coefficienti k ai termini $\frac{v^2}{2}$.

In particolare la teoria del Reddy dà delle espressioni analitiche per considerare le varie perdite nei vari tratti 2-3'; 3'-3; 0-1; 1-4; 5-6; utilizzando delle relazioni che non vengono riportate in quanto funzioni della geometrie (diametri sezioni 0, 2; curvatura della condotta 0-1; ecc), quindi variabili caso per caso, ma che comunque sono trattate come normali perdite di carico concentrate o distribuite caratterizzanti un condotto percorso da un fluido in moto uniforme.

Per le perdite relative alla camera di miscelamento, sotto l'ipotesi di termine dell'aumento di pressione in corrispondenza dell'uscita dalla camera di miscelamento e tenendo conto delle prove sperimentali, le quali hanno portato alla verifica che nella camera di miscelamento le perdite che si hanno sono minori di quelle che si avrebbero in un condotto nelle stesse condizioni e con la stessa portata percorso ad corrente in moto uniforme, si applica la formula della condotta (vedi equazione 1.45) operando come se questa fosse percorsa da un fluido con velocità media pari a $\frac{v_5}{2}$.

Nella teoria di Müller, invece, i coefficienti relativi agli stessi tratti di condotta sono stati ricavati per via sperimentale.

Quindi seguendo le diverse strade proposte dalla due diverse teorie è possibile determinare il rendimento definito in dall'equazione 1.51, in modo analogo a quanto fatto da Wilman.

Teoria di Sanger

Sanger propone la sua teoria di analisi delle pompe a getto a seguito di studi svolti per la NASA.

Le ipotesi su cui getta le basi il suo studio sono:

- Fluidi incomprimibili e con stessa densità
- Distanza nulla tra la sezione finale dell'ugello e quella iniziale della camera di miscelamento
- Spessore della parete dell'ugello trascurabile
- Mescolamento concluso nella sezione di uscita della relativa camera

Si può notare come la seconda e la quarta ipotesi, che sono implicite anche in tutte le teorie precedenti, rendono impossibile l'ottimizzazione geometrica dell'iniettore. Occorre dunque ricorrere a prove sperimentali per determinare la lunghezza della camera di miscelamento, la forma della zona di ingresso, che termina nella gola, la posizione dell'ugello relativamente alla sezione di gola e la forma del diffusore, in modo da determinare le geometrie cui corrispondono le migliori caratteristiche di funzionamento. Quanto detto non deve però sminuire il valore della teoria, in quanto come si vedrà successivamente Sanger arriva a delle conclusioni di importanza rilevante per quanto riguarda la dipendenza del rendimento η , dai parametri adimensionali r e t .

Anche Sanger per considerare le perdite di energia impiega dei coefficienti adimensionali k che sono dedotti per via sperimentale. In particolare con riferimento alla figura 1.9 le varie perdite vengono assunte:

- Tratto 2-3 $\Delta H_2 = k_3 \frac{v_3^2}{2}$
- Tratto 1-4 $\Delta H_1 = k_1 \frac{v_4^2}{2}$
- Tratto 4-5 $\Delta H_4 = k_4 \frac{v_5^2}{2}$
- Tratto 5-6 $\Delta H_5 = k_5 \frac{v_5^2}{2}$

Definendo il rendimento come

$$\eta = \frac{\dot{m}_b(H_6 - H_1)}{\dot{m}_a(H_2 - H_6)} \quad (1.52)$$

Si può arrivare a scrivere il rendimento in funzione dei parametri adimensionali: t, r e dei coefficienti k_3, k_1, k_4, k_5 come:

$$\eta = \frac{r[2t + 2\frac{t^2 r^2}{1-t} - \frac{(1+k_1)r^2 t^2}{(1-t)^2} - (1+k_4+k_5)(1+r)^2 t^2]}{1+k_3-2t - \frac{2t^2 r^2}{1-t} + t^2(1+r)^2(1+k_4+k_5)} \quad (1.53)$$

Si sono omessi, per brevità i passaggi per ottenere la precedente equazione, ma si nota come questa sia ottenibile semplicemente sviluppando le energie

che compaiono nella equazione 1.52 considerando le perdite sopra definite ed operando le opportune manipolazioni utilizzando l'equazione di continuità e della continuità di moto per la camera di miscelamento. Si nota infine come la differenza di energia $H_6 - H_1$ dell'equazione 1.52 sia analoga al denominatore dell'equazione 1.43 della teoria di Wilman.

Di particolare interesse nella teoria di Sanger non è tanto l'espressione del rendimento trovata, che non si discosta molto dalla logica con cui viene ricavata nelle altre teorie, ma le considerazioni a cui arriva in merito all'analisi da lui effettuata relativamente alle perdite di energia che caratterizzano la pompa a getto.

Applicando l'equazione di quantità di moto alla camera di miscelamento e ricordando che $A_4 = A_5$ si ottiene

$$p_5 - p_3 = \rho \frac{\dot{V}_a}{A_4} v_3 + \rho \frac{\dot{V}_b}{A_4} v_4 - \rho \frac{(\dot{V}_a + \dot{V}_b)}{A_4} v_5 - \rho \Delta H_4 \quad (1.54)$$

Se si applica alla camera di miscelamento un bilancio di energia meccanica si ottiene

$$\dot{m}_b \left(\frac{v_4^2}{2} + \frac{p_4}{\rho} \right) + \dot{m}_a \left(\frac{v_3^2}{2} + \frac{p_3}{\rho} \right) = (\dot{m}_a + \dot{m}_b) \left(\frac{v_5^2}{2} + \frac{p_5}{\rho} \right) + \dot{H}_{att} + \dot{H}_{mesc} \quad (1.55)$$

dove con \dot{H}_{att} si indicato il termine di perdita legato alla presenza dell'attrito, mentre con \dot{H}_{mesc} quello legato alle perdite per mescolamento.

Dall'equazione 1.55, è possibile ricavare la differenza di pressione tra ingresso e uscita della camera di miscelamento, e considerando al posto delle portate in massa quelle volumiche (\dot{V}) ottenere

$$p_5 - p_3 = \rho \frac{\dot{V}_a}{\dot{V}_a + \dot{V}_b} \frac{v_3^2}{2} + \rho \frac{\dot{V}_b}{\dot{V}_a + \dot{V}_b} \frac{v_4^2}{2} - \rho \frac{v_5^2}{2} - \frac{\dot{H}_{att}}{\dot{V}_a + \dot{V}_b} - \frac{\dot{H}_{mesc}}{\dot{V}_a + \dot{V}_b} \quad (1.56)$$

Uguagliando le due equazioni che esprimono la differenza di pressione $p_5 - p_3$ e ricordando che

$$\rho \Delta H_4 = \frac{\dot{H}_{att}}{\dot{V}_a + \dot{V}_b}$$

in quanto rappresentano la stessa dissipazione relativa alla presenza della parete e quindi legata alla viscosità del fluido, si ottiene la relazione che esprime il valore delle perdite di energia collegate al mescolamento

$$\dot{H}_{mesc} = \rho \dot{V}_a \frac{(v_3 - v_5)^2}{2} + \rho \dot{V}_b \frac{(v_4 - v_5)^2}{2} \quad (1.57)$$

Sanger adimensionalizza il risultato ottenuto, dividendo per il termine $\rho \frac{\dot{V}_a v_3^2}{2}$ ed ottenendo così un nuovo parametro adimensionale rappresentativo delle perdite di energia

$$\phi_{mesc} = \frac{\dot{H}_{mesc}}{\rho \frac{\dot{V}_a v_3^2}{2}} \quad (1.58)$$

il coefficiente appena trovato può anche essere espresso in funzione dei parametri adimensionali t, r e venir così espresso

$$\phi_{mesc} = 1 + t^2(1+r)^3 - 2t(1+r) + \frac{r^3 t^2}{(1-t)^2} - \frac{2r^2 t^2(1+r)}{1-t} \quad (1.59)$$

Si può definire un coefficiente rappresentativo delle perdite per attrito alla parete, in modo analogo

$$\phi_{att} = \frac{\dot{H}_{att_{tot}}}{\rho \frac{\dot{V}_a v_3^2}{2}} \quad (1.60)$$

Dove il termine $\dot{H}_{att_{tot}}$ è comprensivo di tutte le perdite per attrito che caratterizzano i tratti presi in considerazione dalla teoria di Sanger.

Il coefficiente trovato si può a sua volta esprimere sempre in funzione dei coefficienti adimensionali k e dei parametri t, r

$$\phi_{att} = k_3 + \frac{k_1 t^2 r^3}{(1-r)^2} + (k_4 + k_5) t^2 (1-r)^3 \quad (1.61)$$

Infine si definisce un coefficiente di perdita globale per la pompa a getto dato da

$$\phi_{tot} = \phi_{att} + \phi_{mesc} \quad (1.62)$$

Per una discussione dei risultati ottenuti si riportano in figura 1.10(a) e figura 1.10(b) gli andamenti dei coefficienti di perdita sopra introdotti in funzione del parametro r , per due valori del rapporto $t = (0, 2; 0, 07)$.

Le figure rappresentanti gli andamenti dei coefficienti ϕ sono state ottenute introducendo i valori dei k proposti da Sanger.

Analizzando i grafici si può notare come in entrambi i casi per bassi valori del rapporto tra le portate r , siano prevalenti le perdite di energia dovute al mescolamento. All'aumentare di r , queste vanno poi a diminuire ed aumentano quelle legate all'attrito alla parete, che diventano ad un certo punto preponderanti.

Considerando solamente il grafico relativo a $t = 0, 2$, si nota come il minimo delle perdite totali si ha in corrispondenza di un valore r pari a

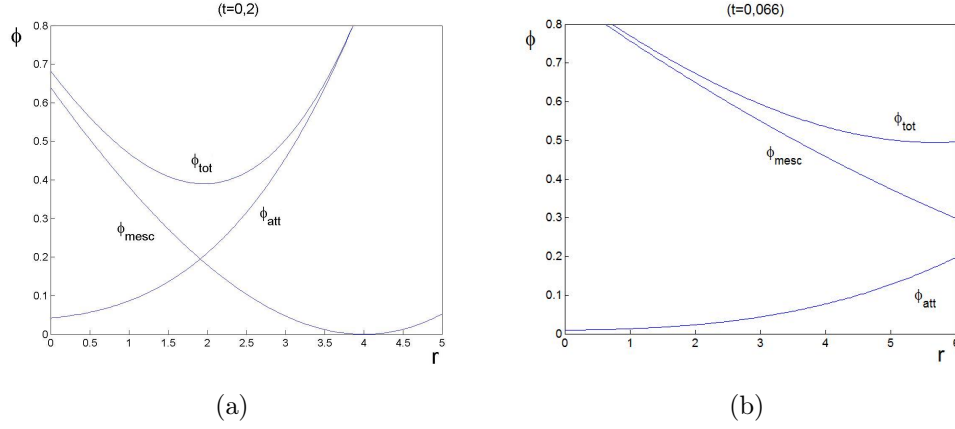


Figura 1.10: Coefficienti di perdita, secondo Sanger per $t=0,2$ (a) e per $t=0,066$ (b)

circa 1,8. Si osserva dunque, che una pompa a getto caratterizzata da alti valori di t , ha un campo di impiego limitato a bassi valori del rapporto di trascinamento.

In conclusione si nota come la teoria di Sanger arrivi ad un risultato importante in quanto afferma che per valori di r bassi, dipendenti comunque da t , le perdite dovute al mescolamento, considerate implicitamente nell'equazione di bilancio della quantità di moto, sono maggiori di quelle che si hanno per attrito in tutti i tronchi componenti la pompa a getto.

Per quanto riguarda la determinazione dei coefficienti k , Sanger come già detto ricorre alla sperimentazione, con un metodo che consiste nel misurare la differenza di pressione fra monte e valle dei vari tronchi e ricavare di conseguenza i k relativi.

I valori di k_1 e k_3 trovati da Sanger sono riportati in figura 1.11 e in figura 1.12.

Per il coefficiente k_4 , si può anche se non del tutto rigoroso accettare l'ipotesi di avere

$$k_4 = f\left(\frac{l_{camera}}{d_{camera}}\right)$$

e

$$f = \lambda$$

infatti si può scrivere:

$$f \frac{l_{camera}}{d_{camera}} \frac{v_5^2}{2} = \lambda \frac{l_{camera}}{d_{camera}} \frac{v_m^2}{2} \quad (1.63)$$

cioè

$$fv_5^2 = \lambda \frac{v_4^2 + v_5^2}{2}$$

e quindi

$$f = \frac{1}{2} \lambda \left[\left(\frac{v_4}{v_5} \right)^2 + 1 \right]$$

e quindi $f = \lambda$ se $v_4 = v_5$, quindi l'assunzione fatta non del tutto veritiera ma sufficientemente accettabile, come dimostrato da evidenze sperimentali.

Infine per il coefficiente k_5 relativo al diffusore si utilizza l'equazione 1.46 dove il rendimento η_d per superfici levigate e per piccoli angoli di aperuta può essere assunto tra i valori 0,85 e 0,90, aumentando per valori dell'angolo che tendono a diminuire.

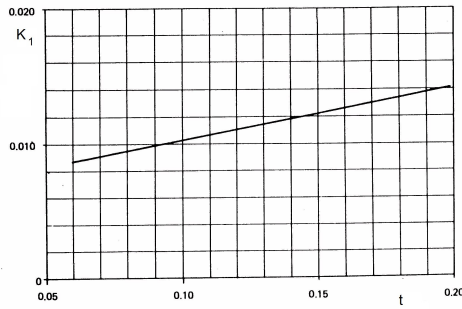


Figura 1.11: Coefficiente k_1 dedotto sperimentalmente da Sanger.

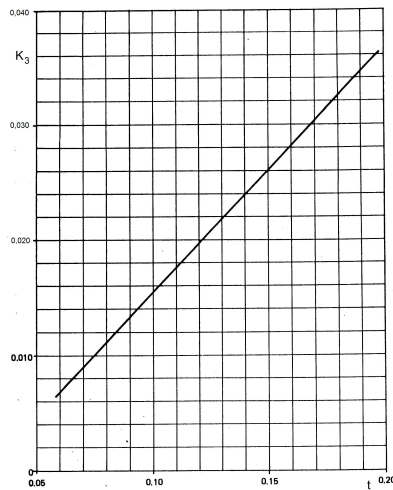


Figura 1.12: Coefficiente k_3 dedotto sperimentalmente da Sanger.

1.3 Iniettori impieganti fluidi comprimibili

Come ricordato in precedenza l'impiego di fluidi comprimibili quali gas e vapore negli iniettori caratterizza in modo particolare quello che avviene all'interno del macchinario. Infatti, possono essere distinti tre principali tipologie di regimi di funzionamento, ognuno dei quali influenza in un determinato modo le prestazioni dell'iniettore. I primi che si accorsero nei loro studi di questo furono Fabri, Paulon e Siestrunk. Si espongono quindi di seguito i risultati ottenuti con le loro analisi.

1.3.1 Studi di Fabri, Siestrunk e Fabri Paulon

Gli studi condotti da questi ricercatori [3] [4], erano rivolti ad una migliore comprensione del funzionamento degli iniettori impieganti gas. Infatti, anche se utilizzati da tempo nell'industria, questi ricoprivano impieghi relativamente specifici e limitati a causa del loro basso rendimento. A seguito di un crescente interesse, nato anche grazie alla possibilità di utilizzo degli iniettori in campo aerospaziale (impiegati in sostituzione di compressori meccanici nei cicli frigoriferi eliminando così una sorgente di vibrazioni), si è avuta la necessità di ampliare le conoscenze fino ad allora acquisite, e migliorare le teorie di progetto, con riferimento particolare agli aspetti che permettono una progettazione rivolta alla ricerca delle condizioni di ottimo funzionamento. Con queste premesse di partenza gli studi svolti hanno portato poi all'identificazione dei tre possibili regimi di funzionamento ed ad una loro descrizione teorica.

I risultati ottenuti sono stati verificati da una serie di rilevanze sperimentali che hanno portato alla conferma della teoria proposta.

Lo studio riguarda in particolare l'analisi di una apparecchiatura modello la cui rappresentazione schematica è riportata in figura 1.13.

Il fluido motore è racchiuso in un serbatoio nelle condizioni di ristagno p'

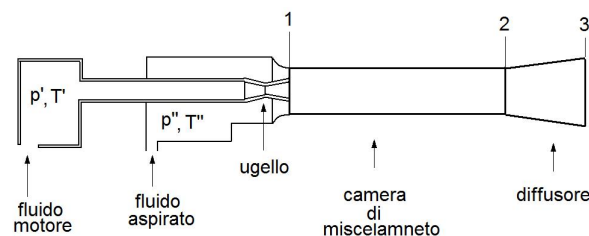


Figura 1.13: Rappresentazione schematica dell'iniettore impiegato negli studi di Fabri, Paulon, Siestrunk.

e T' , mentre il fluido aspirato si trova nello stato espresso sempre dalle condizioni di ristagno p'' e T'' . L'ugello è costituito sia da una parte convergente che da una divergente e immette il fluido all'interno della camera di miscelamento compresa dalle sezioni 1 – 2. All'uscita della camera, dove i due flussi sono considerati completamente miscelati e indistinti, il diffusore permette un recupero di energia di pressione e di immettere il getto alla pressione di mandata p .

Le ipotesi alla base dello studio sono:

- Gas ideale
- Calori specifici costanti
- Processi adiabatici

Sotto queste ipotesi, la teoria fa le seguenti considerazioni. Per alti valori del rapporto $\frac{p'}{p}$ il getto motore entra nella camera di miscelamento con velocità supersonica. I due fluidi non iniziano il miscelamento subito, ma rimangono separati. Inoltre, se le pressioni di questi sono diverse e in particolare se $p'_1 > p''_1$, il fluido motore tenderà ad espandersi e quello aspirato, che si trova in condizioni subsoniche, viene ad essere compresso. Questo fenomeno, che si può osservare graficamente dalla figura 1.14, comporta una diminuzione della la sezione di passaggio del fluido aspirato, la quale può arrivare ad un valore tale da permettere il raggiungimento delle condizioni soniche. Di conseguenza, il rapporto tra le portate non può più variare, a seguito di una diminuzione della pressione di mandata.

Questo regime di funzionamento viene detto *Regime supersonico* (Supersonic flow). La ragione del non miscelamento istantaneo dei due flussi è in parte

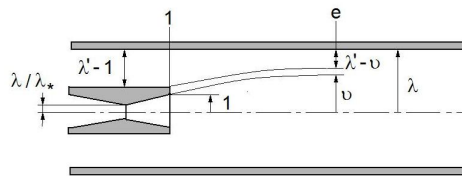


Figura 1.14: Rappresentazione schematica di ciò che avviene nella prima parte della camera di miscelamento.

dovuta alla presenza della scia provocata dallo spessore della sezione finale dell'ugello.

In figura 1.14, vengono indicate le varie sezioni di interesse. In particolare si ha che la sezione di uscita dell'ugello (S) viene considerata unitaria; quella

di ingresso del fluido secondario ha un valore pari a $\lambda' - 1$; λS è la sezione della camera di miscelamento (in figura tale sezione è indicata solo con λ , perchè S è considerato unitario); ν è la sezione massima di passaggio del fluido primario in corrispondenza della massima restrizione della sezione del fluido aspirato $\lambda' - \nu$, infine il valore della sezione di mandata (sezione 3 di figura 1.13) è pari a $\lambda \sigma S$. SI introducono le seguenti quantità

$$m^2 = \frac{k+1}{k-1}$$

dove k rappresenta il rapporto tra i calori specifici a pressione e volume costante, il numero di Mach critico

$$M_{cr} = \frac{v}{a_{cr}}$$

con v pari alla velocità del fluido e a_{cr} la velocità del suono critica ricordando che

$$a_{cr}^2 = kRT_{cr} = kRT_{ris} \frac{2}{k+1} = \frac{2}{k+1} (kRT + \frac{kR}{2cp} v^2) = \frac{2}{k+1} (a^2 + \frac{k-1}{2} v^2)$$

Si può applicare l'equazione di continuità tra le sezioni 1 ed e , ai due flussi ed ottenere

$$\nu = \frac{M'_{cr,1}}{M'_{cr,e}} \left(\frac{m^2 - M'^2_{cr,1}}{m^2 - M'^2_{cr,e}} \right)^{\frac{1}{k-1}} \quad (1.64)$$

$$\frac{\lambda' - \nu}{\lambda - 1} = \frac{M''_{cr,1}}{M''_{cr,e}} \left(\frac{m^2 - M''^2_{cr,1}}{m^2 - M''^2_{cr,e}} \right)^{\frac{1}{k-1}} \quad (1.65)$$

Avendo considerato le espansioni di tipo adiabatico reversibile si ottiene anche

$$\frac{p'_e}{p'_1} = \left(\frac{m^2 - M'^2_{cr,e}}{m^2 - M'^2_{cr,1}} \right)^{\frac{k}{k-1}} \quad (1.66)$$

$$\frac{p''_e}{p''_1} = \left(\frac{m^2 - M''^2_{cr,e}}{m^2 - M''^2_{cr,1}} \right)^{\frac{k}{k-1}} \quad (1.67)$$

Ora, tenendo conto delle equazioni precedenti, si possono scrivere, per entrambi i fluidi, i bilanci di quantità di moto tra le sezioni 1 ed e e sommando membro a membro ottenere

$$p'_1 \frac{1 + M'^2_{cr,1}}{m^2 - M'^2_{cr,1}} + (\lambda' - 1) p''_1 \frac{1 + M''^2_{cr,1}}{m^2 - M''^2_{cr,1}} = \nu p'_e \frac{1 + M'^2_{cr,e}}{m^2 - M'^2_{cr,e}} + (\lambda' - \nu) p''_e \frac{1 + M''^2_{cr,e}}{m^2 - M''^2_{cr,e}} \quad (1.68)$$

Considerando che il massimo valore del rapporto tra le portate aspirata-motore si ha in corrispondenza di $M''_{cr,e} = 1$, sostituendo questo valore nelle equazioni precedenti (1.64, 1.65, 1.66, 1.67, 1.68) si ottiene un sistema di equazioni che, per date condizioni geometriche e condizioni di funzionamento $p', T', \lambda', M'_{cr,1}$, permette di ricavare $\nu; p'_e; p''_e; M'_{cr,e}; M''_{cr,1}$, per ogni valore di p''_1 . Se si definiscono i seguenti rapporti:

$$\mu = \frac{\dot{m}_a}{\dot{m}_b} \quad (1.69)$$

rapporto tra la portata aspirata e la portata motrice,

$$\omega = \frac{p''}{p} \quad (1.70)$$

rapporto tra la pressione del fluido aspirato e la pressione di mandata (sezine 3) questi possono venir scritti come

$$\mu = (\lambda' - 1) \frac{p'' M''_{cr,1}}{p' M'_{cr,1}} \left(\frac{m^2 - M''_{cr,1}{}^2}{m^2 - M'_{cr,1}{}^2} \right)^{\frac{1}{k-1}} \left(\frac{T'}{T''} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.71)$$

$$\omega = \frac{p''_1}{p} \left(\frac{m^2}{m^2 - M''_{cr,1}{}^2} \right)^2 \quad (1.72)$$

per dati p''_1 e $M''_{cr,1}$ e condizioni di funzionamento (aspirazione p'', T'' , motore p', T' e mandata p) è possibile determinare i valori di questi due rapporti che caratterizzano le capacità di funzionamento della macchina. Il loro andamento per date configurazioni geometriche e condizioni di funzionamento è rappresentato in figura 1.15. Si nota che in queste condizioni il trascinamento varia in modo lineare con il diminuire della pressione di mandata p .

Sempre in figura 1.15, si vede come la curva cambia pendenza in corrispon-

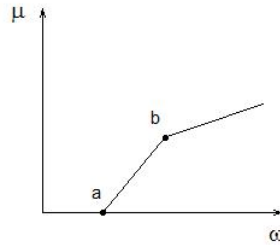


Figura 1.15: Andamento di μ in funzione di ω : tratto a-b *Regime Supersonico* e tratto b in poi *Regime Supersonico Saturo*

denza del punto b. Infatti, immaginando di tener fissa la pressione di mandata e aumentando la pressione p'' , dal Regime Supersonico si passa ad un altro tipo di funzionamento il *Regime Supersonico Saturo* (Saturated Supersonic Flow). All'aumentare della pressione p'' , l'espansione del fluido primario che ostruisce quello secondario va via via diminuendo, fino ad arrivare al punto in cui la sezione minima per il passaggio del fluido secondario diventa quella di ingresso nella camera di miscelamento (sezione 1). Quindi, se è questa la sezione in cui il fluido raggiunge le condizioni di shock sonico, la sezione rimarrà la stessa anche se aumenterà la pressione p'' . Il trascinamento, ad un aumento di ω , subirà un incremento minore, rispetto al caso di regime supersonico nel quale ad un'aumento della pressione di aspirazione, corrisponde anche un aumento della sezione di passaggio minima e quindi un aumento maggiore di portata trascinata. L'andamento del rapporto di trascinamento μ può venir espresso nel seguente modo

$$\mu = \omega(\lambda' - 1) \frac{p}{p'} \frac{1}{M'_{cr,1}} \left(\frac{m^2 - 1}{m^2 - M'^2_{cr,1}} \right)^{\frac{1}{k-1}} \left(\frac{T'}{T''} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.73)$$

Lo studio considera infine, il caso in cui il calare della pressione del fluido motore porta il ristabilirsi di condizioni subsoniche all'interno della pompa a getto. In particolare, l'azione di onde di compressione fa sì che il miscelamento avvenga tra due flussi di carattere subsonico. Il rapporto di trascinamento viene ad essere influenzato da quello che avviene nella camera di miscelamento e nel diffusore (azioni tangenziali).

Ora, per ottenere il parametro μ , occorre impostare le equazioni che governano il fenomeno considerando sia la presenza della camera di miscelamento che la presenza del diffusore.

Il regime analizzato viene chiamato *Regime di miscelamento* (Mixed Regime Flow).

Per questo tipo di funzionamento il bilancio della quantità di moto per i due fluidi, nella camera di miscelamento tra le sezioni 1 e 2, è espresso da:

$$\frac{p'_1(1 + M'^2_{cr,1})}{m^2 - M'^2_{cr,1}} + p''_1[(\lambda' - 1) \frac{1 + M''^2_{cr,1}}{m^2 - M''^2_{cr,1}} + \frac{\lambda - \lambda'}{m^2}] = \lambda p_2 \frac{1 + (1 + \frac{f\xi(m^2+1)}{2m^2})M_{cr,2}^2}{m^2 - M_{cr,2}^2} \quad (1.74)$$

In questa equazione si introduce la perdita di pressione dovuta alla presenza della parete, espressa con la classica rappresentazione monodimensionale:

$$\delta p_{1,2} = - \int_{1,2} f \rho \frac{a_{cr}^2 M_{cr}^2}{2} d\xi \quad (1.75)$$

dove ρ rappresenta la densità del fluido e ξ è il rapporto tra l'area della superficie laterale e la sezione trasversale al flusso λS ; $a_{cr}^2 M_{cr}^2$ è il valore

della velocità media del fluido in ogni sezione.

La non conoscenza dell'andamento anche della velocità media lungo la sezione del condotto non permette di poter eseguire l'integrale. Si prende allora come valore approssimato delle perdite quello espresso da:

$$\delta p_{1,2} = -f \rho_2 \frac{a_{cr}^2 M_{cr,2}^2}{2} \xi \quad (1.76)$$

dove $\xi = 4L/D^0$, rappresenta la lunghezza adimensionale del tubo di mescolamento di diametro D .

Se si sostituisce alle temperature di ristagno i valori delle velocità del suono $a'_{cr}, a''_{cr}, a_{cr}$ (quest'ultima relativa alla sezione 2), la conservazione della massa sempre tra le sezioni 1 e 2 è espressa da:

$$p'_1 \frac{M'_{cr,1}}{a'_{cr}(m^2 - M_{cr,1}^2)} + (\lambda' - 1) p''_1 \frac{M''_{cr,1}}{a''_{cr}(m^2 - M_{cr,1}^2)} = \lambda p_2 \frac{M_{cr,2}}{a_{cr}(m^2 - M_{cr,2}^2)} \quad (1.77)$$

Un ulteriore equazione è rappresentata dal bilancio di energia (entalpia totale) per le stesse sezioni (1-2)

$$p'_1 \frac{a'_{cr} M'_{cr,1}}{m^2 - M_{cr,1}^2} + (\lambda' - 1) p''_1 \frac{a''_{cr} M''_{cr,1}}{m^2 - M_{cr,1}^2} = \lambda p_2 \frac{a_{cr} M_{cr,2}}{m^2 - M_{cr,2}^2} \quad (1.78)$$

Le prestazioni dell'iniettore, direttamente derivabili dalle caratteristiche del flusso del fluido aspirato ($p''_1, M'_{cr,1}$), possono essere ora ricavate utilizzando le equazioni precedenti (1.74,1.77,1.78), se sono note le condizioni aerodinamiche del fluido primario ($p'_1, M'_{cr,1}$), le temperature di entrambi i fluidi (a'_{cr}, a''_{cr}) e le condizioni di uscita dalla camera di miscelamento nella sezione 2 ($p_2, M_{cr,2}$).

Il valore di queste ultime quantità può essere determinato considerando le condizioni di uscita ($p_3, M_{cr,3}$) ed il bilancio di massa le sezioni 2-3. Si ottiene così che il rapporto tra la sezione di uscita del diffusore ($\lambda \sigma S$) e la sezione della camera di miscelamento λS è dato da:

$$\sigma = \frac{p_2 M_{cr,2}(m^2 - M_{cr,3}^2)}{p_3 M_{cr,3}(m^2 - M_{cr,2}^2)} \quad (1.79)$$

espressione indipendente dall'attrito. L'equazione 1.75 può venir espressa in forma differenziale

$$dp = -\rho a_{cr}^2 \left(f \frac{M_{cr}^2}{2} d\xi + M_{cr} dM_{cr} \right) \quad (1.80)$$

⁰Il diametro della camera di miscelamento è D , la lunghezza è L e la sezione trasversale $\lambda S = \frac{\pi}{4} D^2$

Ora eliminando la pressione tra l'equazione 1.80 e l'equazione 1.79 espressa in forma differenziale si ottiene:

$$\frac{(m^2 + 1)M_{cr}^2}{m^2 - M_{cr}^2} \frac{fd\xi}{2} - \frac{d\sigma}{\sigma} = \frac{m^2(1 - M_{cr}^2)}{m^2 - M_{cr}^2} \frac{dM_{cr}}{M_{cr}}. \quad (1.81)$$

In particolare nel caso di un diffusore conico con angolo di apertura α , l'equazione precedente può essere integrata ed il legame tra i valori $M_{cr,2}, M_{cr,3}$ è dato da:

$$\sigma = \frac{M_{cr,2}}{M_{cr,3}} \left[\frac{\zeta m^2 - (\zeta + m^2 - 1)M_{cr,2}^2}{\zeta m^2 - (\zeta + m^2 - 1)M_{cr,3}^2} \right]^{\frac{k-1}{(k-1)\zeta+2}} \quad (1.82)$$

dove $\zeta = 2 \tan \alpha / fk$. All'uscita la pressione ha un valore noto e pari a $p = p_3$. Per quanto riguarda $M_{cr,3}$ deve invece essere scelto in modo da coprire l'intero campo di funzionamento, descritto dalle curve ω, μ definite precedentemente. La scelta del coefficiente f per il *Regime di Miscelamento*, può ricadere sulla formula di von Karman

$$f^{1/2} = 4 \log(Re f^{1/2}) - 0.4 \quad (1.83)$$

dove Re è il numero di Reynolds.

1.3.2 Teorie del miscelamento a pressione o area costante

Di questa teoria non si è in grado di definirne una paternità certa, cosa dovuta alle varie rivendicazioni di appartenenza ed al fatto che lo studio degli iniettori vede il suo grande incremento nel periodo della *Guerra Fredda* (1947-1989), contemporaneamente nei due rispettivi blocchi di influenza (USA-URSS), ("Prima io!", "No, io"... "Prima altri!" "..altri, chi?" "mah?!... Forse alieni?..."). Questa è sostanzialmente una rielaborazione della teoria di Keenan [2], considerando però le novità introdotte dagli studi di Fabri [3],[4]. La teoria ha validità sempre per gas ideali, trasformazioni adiabatiche calori specifici costanti.

Gli studi condotti da Fabri introducono un limite di funzionamento alla macchina: il bloccaggio sonico della portata aspirata. Come descritto nel capitolo precedente questo avviene perchè nella prima parte della camera di miscelamento i due fluidi rimangono distinti e si comprimono-espandono a seconda delle rispettive sezioni. L'ipotesi che questa teoria introduce è quella di ipotizzare che la sezione ristretta, quella in cui si può raggiungere le condizioni di bloccaggio della portata aspirata, sia quella in cui viene raggiunto l'equilibrio delle pressioni tra il fluido motore e quello aspirato.

Questo si traduce nel porre:

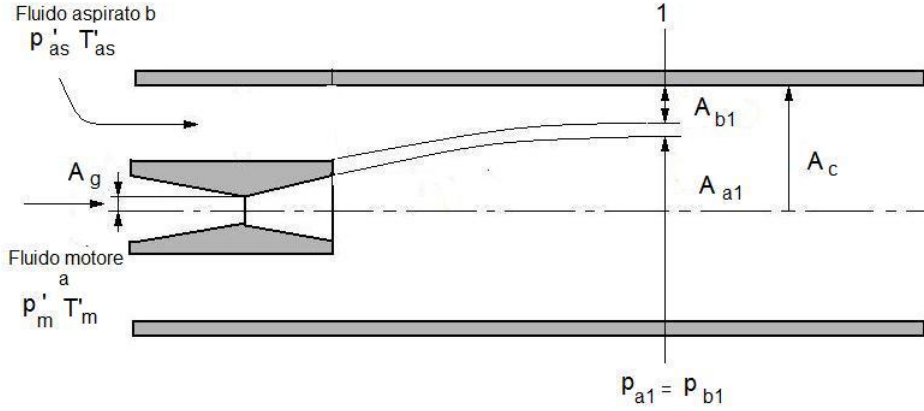


Figura 1.16: Tratto iniziale camera di miscelamento

$$p_{a1} = p_{b1} \quad (1.84)$$

considerando gli stati di ristagno delle condizioni di aspirazione e motore p'_m e p'_{as} , e ipotizzando che questi espandono fino alle condizioni di pressione p_1 , in modo adiabatico, si può anche scrivere:

$$\frac{p'_m}{\left(1 + \frac{(k-1)}{2} M_{a1}^2\right)^{\frac{k}{k-1}}} = \frac{p'_{as}}{\left(1 + \frac{(k-1)}{2} M_{b1}^2\right)^{\frac{k}{k-1}}} \quad (1.85)$$

La portata di fluido motore che passa all'interno della sezione di gola dell'ugello, se questo si trova in condizioni di bloccaggio sonico è data dalla seguente relazione:

$$\dot{m}_t = \frac{p_m A_g}{\sqrt{T_m}} \sqrt{\frac{k}{R} \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}}} \quad (1.86)$$

Il valore delle aree di passaggio per il fluido motore è dato, sempre considerando che nella sezione di gola dell'ugello A_g si abbia $M = 1$, da:

$$A_{a1} = \frac{A_g}{M_{a1}^2} \left(\frac{2}{k+1} \left(1 + \frac{(k-1)}{2} M_{a1}^2 \right) \right)^{\frac{(k+1)}{2(k-1)}} \quad (1.87)$$

e di conseguenza, il valore della della sezione per il fluido aspirato è pari a:

$$A_{b1} = A_c - A_{a1} \quad (1.88)$$

I valori delle altre grandezze relative agli stati della sezione 1 di figura 1.16 sono legati ai numeri di Mach nel seguente modo:

$$\frac{T'_{as}}{T_{b1}} = 1 + \frac{k-1}{2} M_{b1}^2 \quad (1.89)$$

$$\frac{T'_m}{T_{a1}} = 1 + \frac{k-1}{2} M_{a1}^2 \quad (1.90)$$

e le velocità sono espresse come:

$$v_{b1} = \sqrt{2c_p(T'_{as} - T_{b1})} \quad (1.91)$$

$$v_{a1} = \sqrt{2c_p(T'_m - T_{a1})} \quad (1.92)$$

In merito al successivo miscelamento (sezioni 1-2 di figura 1.17) miscelamento, possono essere scelte due strade differenti di analisi:

- Miscelamento a pressione costante
- Miscelamento a sezione costante

La differenza tra le due tipologie di miscelamento risiede fondamentalmente nella scrittura dell'equazione di bilancio della quantità di moto tra le sezioni di inizio e fine miscelamento. L'inizio è da considerarsi in corrispondenza della sezione dove le pressioni sono le stesse $p_{a1} = p_{b1}$, mentre la fine si considera avvenuta dove i due fluidi sono indistinti e il profilo delle velocità si è uniformato.

Scrivendo l'equazione di bilancio della quantità di moto tra queste due sezioni (1,2) e trascurando il contributo della presenza del condotto (termine diffusivo legato alla viscosità del fluido) si ottiene:

$$\sum F = \int p dA = \dot{m}_t v_{a1} + \dot{m}_{as} v_{b1} - (\dot{m}_t + \dot{m}_{as}) v_2 \quad (1.93)$$

Le teorie differiscono dal modo di trattare il termine a primo membro. Infatti, se si ipotizza che la pressione sia costante durante tutto il miscelamento questo può essere considerato nullo e l'equazione viene espressa da:

$$\dot{m}_t v_{a1} + \dot{m}_{as} v_{b1} - (\dot{m}_t + \dot{m}_{as}) v_2 = 0 \quad (1.94)$$

da cui si può ricavare la velocità di uscita

$$v_2 = \frac{\dot{m}_t v_{a1} + \dot{m}_{as} v_{b1}}{\dot{m}_t + \dot{m}_{as}} \quad (1.95)$$

Introducendo l'equazione dell'energia è possibile determinare la temperatura dello stato 2:

$$\dot{m}_t \left(c_p T_{a1} + \frac{v_{a1}^2}{2} \right) + \dot{m}_{as} \left(c_p T_{b1} + \frac{v_{b1}^2}{2} \right) = (\dot{m}_t + \dot{m}_{as}) \left(c_p T_2 + \frac{v_2^2}{2} \right) \quad (1.96)$$

ed infine determinare il numero di mach:

$$M_2 = \frac{v_2}{\sqrt{kRT_2}} \quad (1.97)$$

Se invece si considera la possibilità di avere una variazione della pressione all'interno della camera di miscelamento, l'equazione 1.93 diventa:

$$\dot{m}_t v_{a1} + \dot{m}_{as} v_{b1} + p_1 A_c = (\dot{m}_t + \dot{m}_{as}) v_2 + p_2 A_c \quad (1.98)$$

è necessario allora, per determinare le condizioni relative allo stato 2, introdurre anche le equazioni dell'energia (1.96) ed il bilancio di massa:

$$\dot{m}_t + \dot{m}_{as} = \rho_2 A_c v_2 \quad (1.99)$$

dove il valore della densità del fluido nello sezione 2 è ottenibile ricordando l'ipotesi di gas ideale $\rho_2 = \frac{p_2}{RT_2}$. Combinando quindi le equazioni 1.98,1.96,1.99, si ottiene un sistema dal quale si possono ricavare, una volta note le grandezze relative alla sezione di ingresso 1, quelle relative alla sezione 2.

Le due teorie, considerano la presenza del diffusore allo stesso modo: ipotiz-

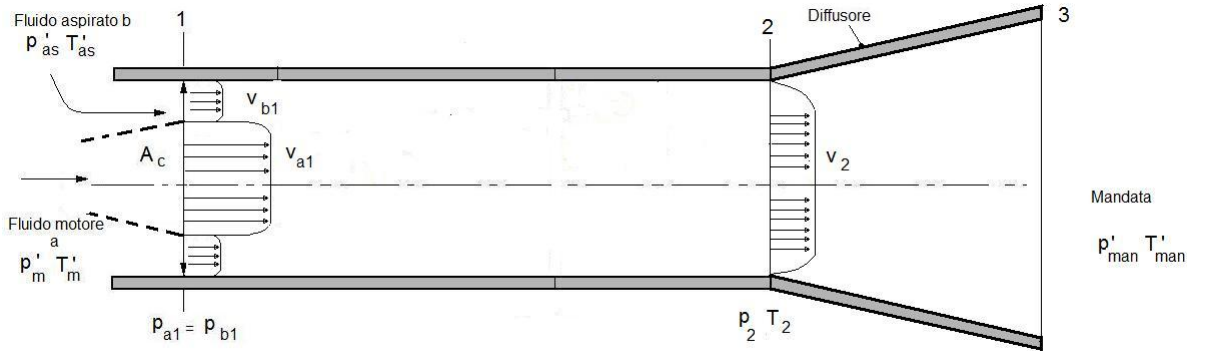


Figura 1.17: Camera di miscelamento e diffusore.

ziano che il fluido venga compresso in modo isoentropico fino alle condizioni di mandata considerate di ristagno p'_{man} e dunque:

$$p'_{man} = p_2 \left(1 + \frac{k-1}{2} M_2^2 \right)^{\frac{k}{k-1}} \quad (1.100)$$

In condizioni di funzionamento tali da avere condizioni ipersoniche nella camera di miscelamento quindi al raggiungimento del massimo rapporto tra le portate (con $M_{b1} = 1$ e $M_{a1} > 1$ nella sezione 1 si ha mediamente

una velocità maggiore di quella del suono), si verifica che poco prima della ingresso del flusso nel diffusore si ha un shock che riporta lo stabilirsi di condizioni subsoniche. Questa è una rilevanza sperimentale che però non deve stupire, in quanto, se l'iniettore pompa del fluido in un ambiente relativamente grande, in cui si possa considerare la presenza di uno stato di quiete, questa decelerazione deve avvenire. Generalmente si presenta poco prima dell'ingresso nel diffusore.

Si tiene conto di ciò, ipotizzando che si sia in presenza di uno shock normale. Si considera la sezione 2 essere leggermente spostata all'indietro, come è possibile vedere in figura 1.18 e lo shock è ipotizzato avvenire all'interno del tratto 2-2' (la sezione 2' è la sezione di ingresso del diffusore). Considerando le sezioni 2 e 2' come quelle a cavallo dello shock si possono scrivere le seguenti relazioni:

$$p_{2'} = p_2 \left(\frac{2k}{k+1} M_2^2 - \frac{k-1}{k+1} \right) \quad (1.101)$$

che esprime la pressione che si ottiene a valle dello shock e

$$M_{2'}^2 = \frac{M_2^2 + \frac{2}{k-1}}{\frac{2k}{k-1} M_2^2 - 1} \quad (1.102)$$

da cui si ricava il numero di Mach delle condizioni subsoniche nella sezione 2'.

La presenza del diffusore viene considerata allo stesso modo, sempre utilizzando la relazione 1.100 che diventa ora:

$$p'_{man} = p_{2'} \left(1 + \frac{k-1}{2} M_{2'}^2 \right)^{\frac{k}{k-1}} \quad (1.103)$$

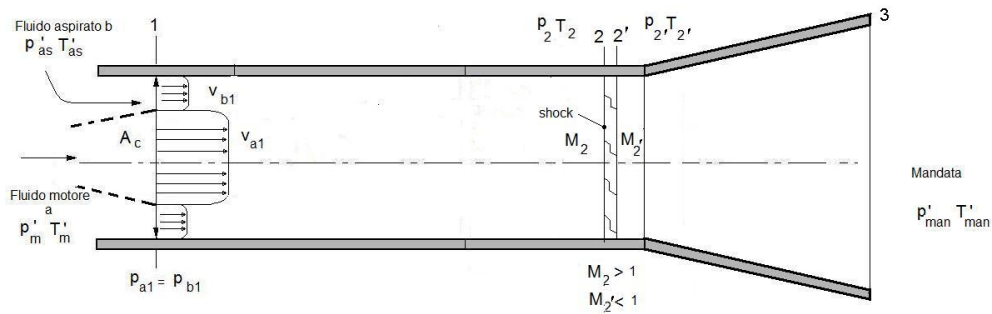


Figura 1.18: Presenza dello shock normale in condizioni di camera di miscelamento ipersonica $M_2 > 1$.

Queste due semplici teorie vengono impiegate con discreti successi nella progettazione degli iniettori impieganti gas. Spesso vengono utilizzate con l'aggiunta dei seguenti coefficienti correttivi:

- η_u che tiene conto del fatto che la sezione minima di passaggio del fluido nell'ugello è leggermente inferiore a quella della gola.

$$\dot{m}_t = \eta_u \frac{p_m A_g}{\sqrt{T_m}} \sqrt{\frac{k}{R} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}}$$

- η_c utilizzato per tener conto del fatto che le espansioni definite dalla relazione 1.85 non sono vere isoentropiche (considerate anche le perdite nei tratti di immissione alla camera di miscelamento)

$$p_1 = \frac{p'_m}{\left(1 + \frac{(k-1)}{2\eta_c} M_{a1}^2 \right)^{\frac{k}{k-1}}}$$

- η_d da utilizzare nella relazione che da la pressione di mandata per considerare le perdite generate dalla presenza del diffusore.

$$p'_{man} = p_3 \left(1 + \frac{k-1}{2} M_3^2 \eta_d \right)^{\frac{k}{k-1}}$$

I valori normalmente impiegati e per i quali si ritrova una buona corrispondenza in letteratura sono dell'ordine di grandezza di 0.85-0.7 per η_d ; 0.9-0.96 per η_c e 0.94-0.98 per η_u . Una scelta accurata di questi coefficienti è però da valutare caso per caso.

L'ipotesi di miscelamento a pressione costante (*Costant Mixing Pressure*), si applica principalmente agli iniettori che presentano una forma della camera di miscelamento con il tratto iniziale convergente tipologia A di figura 1.19, mentre il miscelamento a sezione costante (*Costant Mixing Area*) si utilizza per iniettori di tipologia B sempre di figura 1.19, in cui la camera di miscelamento ha effettivamente sezione costante¹. Si nota infine che per la tipologia A l'equazione del legame delle aree 1.88, non è più valida in quanto la posizione dove si ha il minimo della sezione di passaggio per il fluido aspirato, non è determinabile e quindi non è possibile determinare l'area della sezione totale in questo punto.

¹La tipologia A generalmente fornisce una migliore flessibilità di impiego in quanto permette di lavorare in un range di pressioni di mandata superiore che la B, che però è in grado di trattare maggiori portate [12].

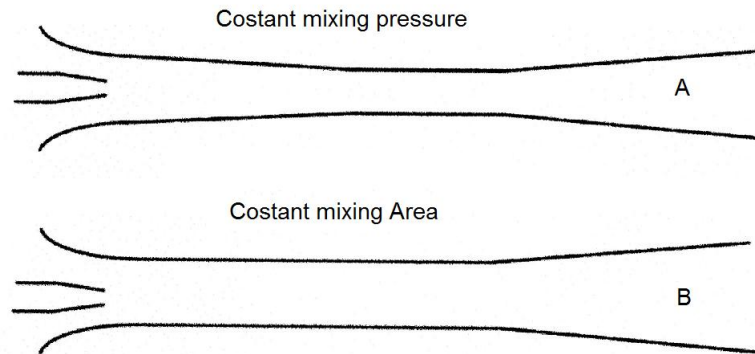


Figura 1.19: Forme delle camere di miscelamento per le due differenti teorie.

1.3.3 Teoria di Munday e Bagster

Questa teoria è uno sviluppo della teoria del miscelamento a pressione costante, dove però, viene considerata anche la fase liquida presente all'interno del vapore. La teoria è sviluppata in particolar modo per l'utilizzo dell'iniettore all'interno di un ciclo frigorifero in cui il fluido è acqua [9]. E' altresì applicabile, però, ogni qual volta il vapore (anche di altri fluidi), viene, in base ai punti di esercizio, a trovarsi in condizioni di miscela bifasica: fase liquida e fase gassosa con un titolo che difficilmente può essere approssimato unitario.

Per facilitare la comprensione della teoria si riporta in figura 1.20 il ciclo frigorifero impiegante l'iniettore come organo di compressione. Il vapore motore che entra nell'iniettore si trova nello stato 1 ed espande con una trasformazione adiabatica fino allo stato a1. La trasformazione che in realtà non è adiabatica viene considerata tale, utilizzando un coefficiente di efficienza η_{1-a1} (pari a circa 0.7). Il valore della pressione a1 è quello relativo alla pressione critica a cui espande il vapore aspirato nella trasformazione 2-a2 (si sta quindi considerando il caso in cui il fluido raggiunge il Mach unitario nell'espansione). La miscela di vapori che si uniforma nello stato b, viene poi compressa fino al punto c con un'efficienza di η_{bc} (≈ 0.8). Qui, si ipotizza la presenza di uno shock che riporta il ristabilirsi di condizioni subsoniche. Lo shock è pensato di tipo normale, infatti, è rappresentato dall'intersezioni tra le linee di Rayleigh e Fanno passanti per il punto c. Successivamente il fluido viene compresso nel diffusore e si porta allo stato di mandata 3.

Descritto il funzionamento, si considera ora come la teoria prende in analisi le varie trasformazioni. Per l'espansione del fluido motore ne tratto 1-a1, si

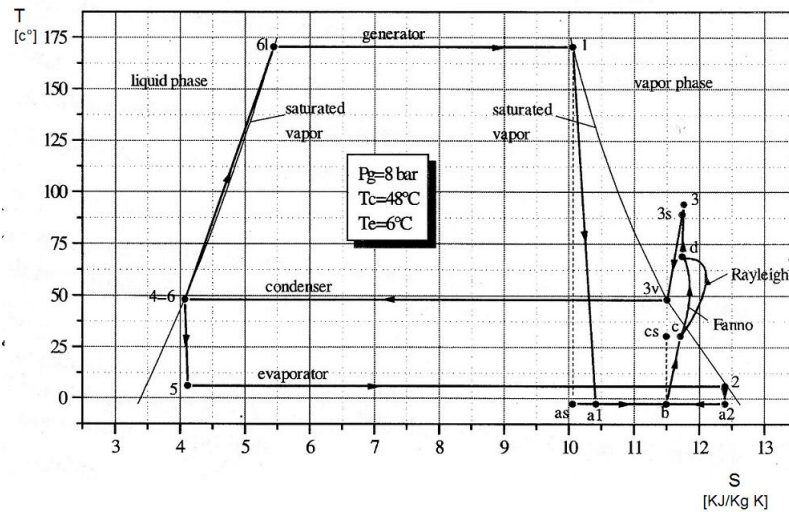


Figura 1.20: Ciclo frigorifero nel diagramma T,S.

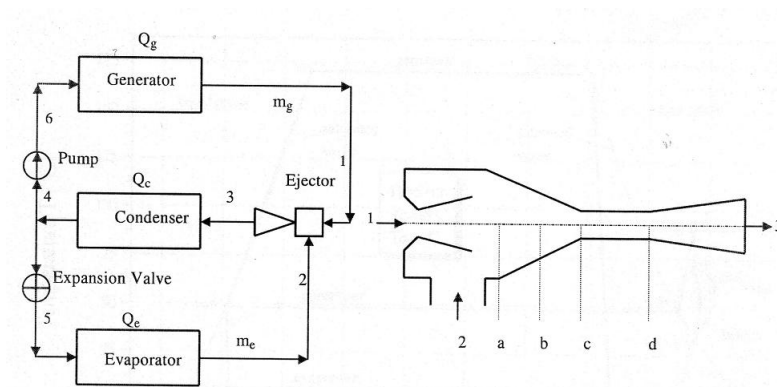


Figura 1.21: Schematizzazione di un ciclo frigorifero impiegante un iniettore come organo di compressione.

può scrivere il bilancio di energia e ottenere:

$$\frac{v_{a1}^2}{2} = h_1 - h_{a1} \quad (1.104)$$

dove l'entalpia dello stato a1 è ottenibile mettendo a sistema le seguenti equazioni:

$$s_1 = s(T_1, p_1) = s_{as} = x_{as}s_{v,as} + (1 - x_{as})s_{l,as} \quad (1.105)$$

$$h_{as} = x_{as}h_{v,as} + (1 - x_{as})h_{l,as} \quad (1.106)$$

$$\eta_{1-a1} = \frac{h_1 - h_{a1}}{h_1 - h_{as}} \quad (1.107)$$

si ricorda che la pressione e quindi la temperatura degli stati a1 e a2 è ottenuta dall'ipotesi di uguaglianza delle pressioni nella sezione ristretta della prima parte della camera di miscelamento (equazione 1.84), considerando il caso di Mach unitario per il fluido aspirato (pressione critica).

In modo analogo può essere ottenuta la velocità del fluido nello stato a2, infatti dal bilancio energetico si può scrivere:

$$\frac{v_{a2}^2}{2} = h_2 - h_{a2} \quad (1.108)$$

e l'entalpia h_{a2} ottenibile da

$$s_2 = s(T_2, p_2) = s_{a2} = x_{a2}s_{v,a2} + (1 - x_{a2})s_{l,a2} \quad (1.109)$$

$$h_{a2} = x_{a2}h_{v,a2} + (1 - x_{a2})h_{l,a2} \quad (1.110)$$

Ipotizzando che il miscelamento sia considerato ultimato in corrispondenza del punto b e scrivendo per le sezioni a-b, l'equazione di bilancio della quantità di moto sotto le ipotesi di miscelamento a pressione costante, si ottiene:

$$v_{a1} + \mu v_{a2} = (1 + \mu)v_b \quad (1.111)$$

dove $\mu = \frac{\dot{m}_{as}}{\dot{m}_t}$ è il rapporto tra le portate.

Il valore dell'entalpia dello stato 3 si ottiene considerando un bilancio di energia totale tra le sezioni di ingresso (punti 1,2 nel diagramma T,S) e d'uscita (punto 3):

$$h_1 + \mu h_2 = (1 + \mu)h_3 \quad (1.112)$$

Conoscendo il valore di h_3 si determina anche l'entalpia del punto b, applicando un bilancio energetico tra i punti 3 e b:

$$\frac{v_b^2}{2} = h_3 - h_b \quad (1.113)$$

Per le trasformazioni che caratterizzano il tratto b-3 è possibile utilizzare il seguente schema di ragionamento. Sono noti gli stati del punto 3 e del punto b in base alle equazioni stabilite precedentemente. La trasformazione b-c, non è caratterizzabile se non è nota la pressione del punto c, si può allora considerare una pressione di tentativo p_x compresa tra i valori di p_b e p_3 ed ottenere il valore della temperatura T_3 , alla pressione p_3 , seguendo lo schema di calcolo che viene di seguito descritto, ed ottenere quindi il valore di $h_3 f(p_3, T_3)$. Se questo coincide con il valore dello stato 3 dato dalla relazione 1.112, la pressione p_x scelta è proprio quella che si ha all'interno dell'iniettore prima dello shock.

Fissata la $p_x = p_{cs} = p_c$, l'entalpia h_c e il volume specifico v_c si determinano risolvendo il sistema dato dalle seguenti relazioni:

$$h_b = x_b h_{v,b} + (1 - x_b) h_{l,b} \quad (1.114)$$

$$s_b = x_b s_{v,b} + (1 - x_b) s_{l,b} \quad (1.115)$$

$$s_{cs} = s_b = x_{cs} s_{v,cs} + (1 - x_{cs}) s_{l,cs} \quad (1.116)$$

$$h_{cs} = x_{cs} h_{v,cs} + (1 - x_{cs}) h_{l,cs} \quad (1.117)$$

$$\eta_{bc} = \frac{h_b - h_{cs}}{h_b - h_c} \quad (1.118)$$

$$h_c = x_c h_{v,cs} + (1 - x_c) h_{l,cs} \quad (1.119)$$

$$v_c = x_c v_{v,c} + (1 - x_c) v_{l,c} \quad (1.120)$$

Lo shock che avviene in prossimità del punto c, e quindi nel tratto a sezione costante di sezione A della camera di miscelamento, viene rappresentato tramite l'intersezione di due linee: quella di Fanno e quella di Rayleigh, passanti per i punti c e d. Possono essere scritte allora le equazioni caratteristiche per questi due tipi di flussi, introducendo il rapporto $r = \frac{\dot{m}}{A}$, dove per \dot{m} , si intende la somma delle portate motrici ed aspirata:

$$h_c + \frac{v_c r^2}{2} = h_d + \frac{v_d r^2}{2} \quad (1.121)$$

$$p_c + v_c r^2 = p_d + v_d r^2 \quad (1.122)$$

introducendo anche le relazioni che legano

$$h_d = f(T_d, p_d) \quad (1.123)$$

$$v_d = f(T_d, p_d) \quad (1.124)$$

è possibile caratterizzare il punto d. Infine si calcola la temperatura dello stato 3 e quindi si ottiene il valore dell'entalpia $h_3(T_3, p_3)$, per la pressione di mandata p_3 , dal sistema costituito dalle seguenti relazioni:

$$s_d = s(T_d, p_d) \quad (1.125)$$

$$s_{3s} = s_d = s(T_{3s}, p_d) \quad (1.126)$$

$$h_{3s} = h(T_{3s}, p_d) \quad (1.127)$$

$$\eta_{d3} = \frac{h_d - h_{3s}}{h_d - h_3} \quad (1.128)$$

$$h_3 = h(T_3, p_3) \quad (1.129)$$

Confrontando il valore dell'entalpia ottenuto, caratterizzando così lo stato 3, con quello dato dalla relazione 1.112 si è in grado di determinare la bontà della pressione p_x scelta.

Si ricorda che la portata motrice è legata alle condizioni del fluido motore in ingresso all'iniettore (punto 1 nel diagramma T,S), e alle dimensioni della gola dell'ugello, in quanto si ipotizza il raggiungimento delle condizioni soniche ($p_{a1} > p_{cr,1}$). La pressione di ($p_{a2} = p_{a1}$) è quella che porta il bloccaggio della portata aspirata. Con la teoria sopra esposta, si è quindi in grado, di determinare il massimo rapporto tra le portate μ , ottenibile per determinate condizioni di funzionamento (quindi fissati i punti 1,2,3 del ciclo di figura 1.20).

Capitolo 2

Iniettore a geometria variabile IGV

L'iniettore di cui si vogliono prevedere le condizioni di funzionamento è visibile in figura 2.1. Questo presenta la caratteristica di avere uno spillo mobile per la regolazione della portata motrice, che permette di variare l'ampiezza della sezione di passaggio del fluido motore. E' dunque un iniettore a geometria variabile.

La variazione della sezione, realizza una differente portata motrice e permette di spostare il punto di funzionamento lungo le sue curve caratteristiche tracciate per determinate condizioni di funzionamento, in figura 2.2.

Altro aspetto particolare è la mancanza del condotto divergente dell'ugello.

L'iniettore presenta, oltre allo spillo per la regolazione: i condotti di im-

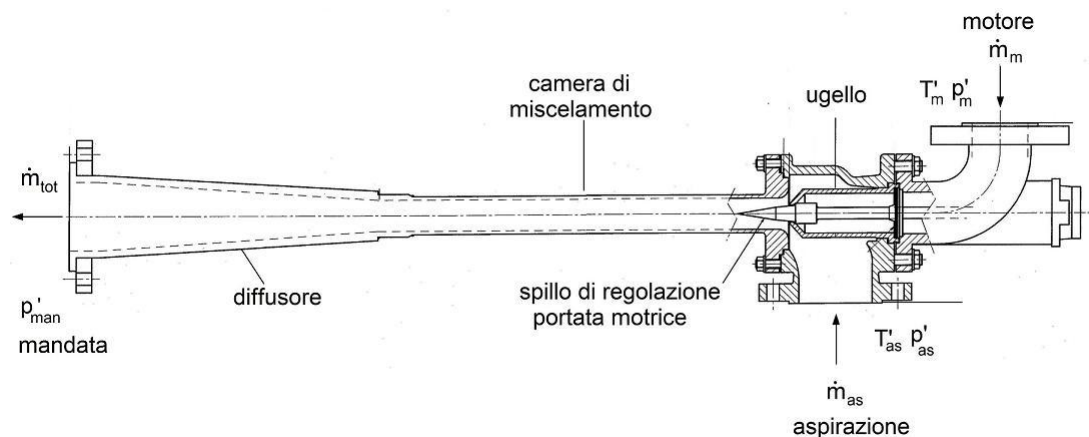


Figura 2.1: Iniettore a geometria variabile.

missione dei fluidi aspirato e motore; una camera di miscelamento a sezione

costante ed infine un diffusore per il recupero di pressione.

Si può notare che l'ugello è posto proprio in corrispondenza dell'inizio della camera di miscelamento e lo spillo, se in posizione corrispondente a "piccole" sezioni di apertura, ne rimane all'interno. Infine, il condotto che immette il fluido aspirato in camera è convergente.

L'iniettore è progettato per funzionare con vapor d'acqua.

Lo scopo dell'elaborato è trovare un metodo di caratterizzazione di questo macchinario.

In figura 2.2 sono riportate le curve caratteristiche fornite dal costruttore di questo apparecchio. Queste rappresentano, per date condizioni di funzionamento: pressione e temperatura del fluido motore in condizioni di ristagno (p'_m, T'_m) pressione e temperatura del fluido aspirato in condizioni di ristagno (p'_{as}, T'_{as}) e pressione di mandata (p'_{man}), le portate in gioco.

Si nota come siano ben presenti nel grafico, due tipologie di comportamento differenti.

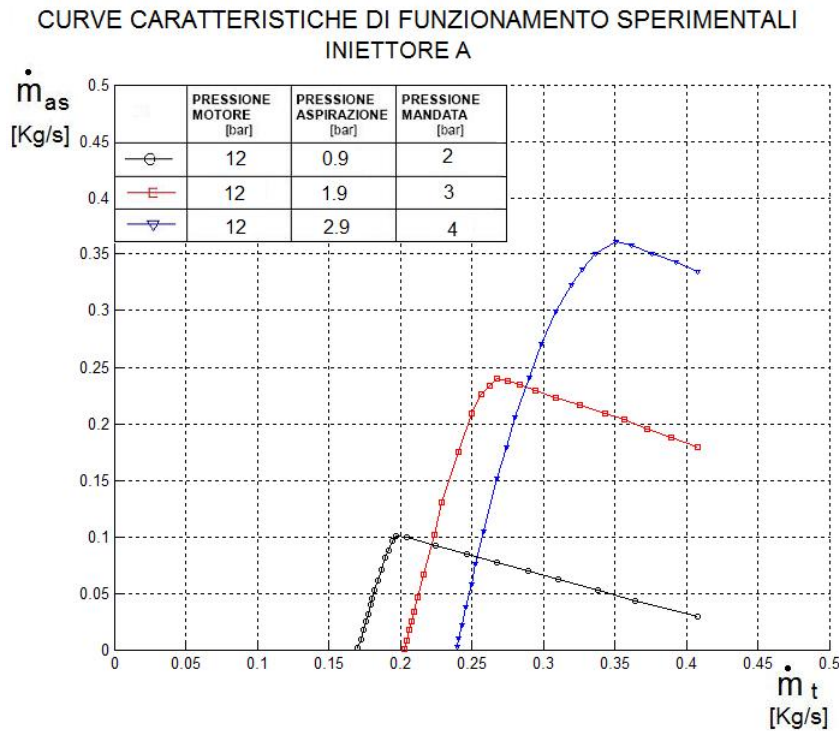


Figura 2.2: Curve caratteristiche dell'iniettore. In ascissa è riportata la portata di fluido motore e in ordinata quella di vapore aspirato, per varie condizioni di funzionamento. Il fluido viene considerato allo stato di vapore saturo.

Le curve sono limitate all'interno di due valori di portata motrice $\dot{m}_{t,min}$ e $\dot{m}_{t,max}$: il più basso corrisponde alla portata motrice minima che si deve avere per ottenere il trascinamento di vapore aspirato; il massimo, invece, corrisponde alla massima apertura della sezione di gola dell'ugello ottenibile dall'apparato di regolazione.

Le curve presentano, nelle parti iniziali (basse \dot{m}_t) tratti con una pendenza

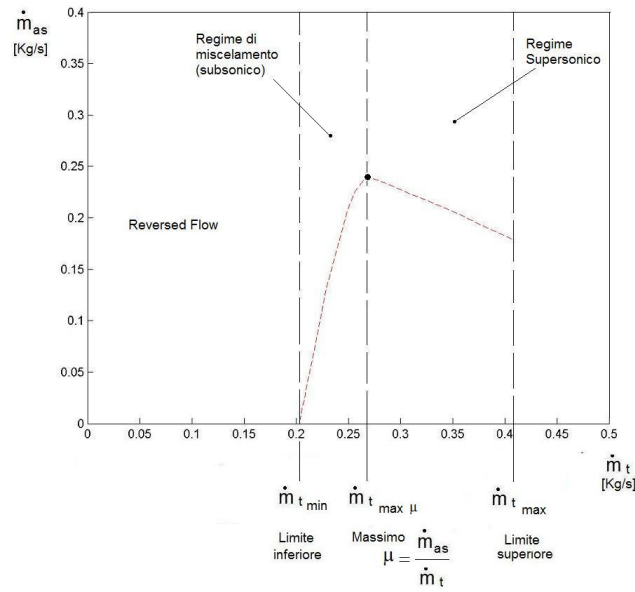


Figura 2.3: Comportamenti dell'iniettore interpretati con la Teoria di Fabri.

abbastanza elevata. Aumentando la portata motrice questa va a diminuire, più o meno lentamente, a seconda della curva considerata, fino ad arrivare ad un punto in cui essa è negativa e praticamente costante. Si ha quindi un andamento delle curve lineare, che porta una diminuzione della portata di fluido aspirato.

Ricordando quanto rilevato dagli studi condotti da Fabri (capitolo 1.3.1) che identificano vari regimi di funzionamento: Regime di Miscelamento corrispondente velocità subsoniche nella camera di miscelamento e Regimi Supersonici (Supersonico e Supersonico Saturo), i quali invece sono caratterizzati da numeri di Mach maggiori dell'unità (sempre all'interno della camera), si prova a dare una spiegazione di questo particolare andamento dei grafici. La prima parte è caratterizzata da avere un aumento di "aspirato", a fronte di un incremento della sezione di gola dell'ugello e quindi di fluido motore. Questo tipo di comportamento si giustifica se nella camera di miscelamento si hanno, per entrambi i fluidi, condizioni subsoniche. In particolare il

fluido aspirato non ha raggiunto le condizioni di massima portata trasci-
nabile e non raggiunge il valore di Mach unitario. Questo accade fino ad un
certo valore della portata motrice oltre al quale un ulteriore aumento porta
una diminuzione di vapore aspirato. Se infatti, si raggiungono le condizioni

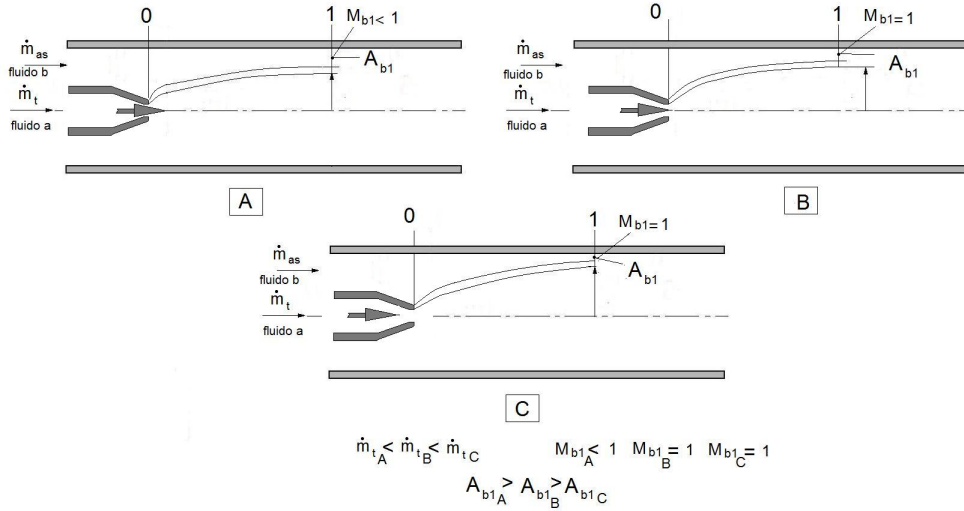


Figura 2.4: Particolare della prima parte della camera di miscelamento nel passaggio da Regime di Miscelamento a Regime Supersonico.

soniche nella sezione di gola ipotizzata da Fabri (caso B di figura 2.4), si è
in condizioni di massimo rapporto di trascinamento tra la massa aspirata e
quella motrice $\mu = \frac{\dot{m}_{as}}{\dot{m}_t}$.

La pendenza negativa delle curve caratteristiche che dopo questo punto si
presenta, può essere spiegata nel seguente modo. L'incremento di "motore",
che causa una diminuzione della sezione disponibile al passaggio del vapore
trascinato, se perseguito, riduce ulteriormente l'area della sezione (figura 2.4,
caso C). Nel condotto "aerodinamico" di tipo convergente, in cui passa il flui-
do aspirato il numero di Mach non potrà che raggiungere al massimo l'unità
e non andare oltre².

La portata di flusso in un condotto è esprimibile dalla relazione:

$$\dot{m} = \rho v A \quad (2.1)$$

con ρ densità del fluido, v velocità, A sezione del condotto. Per il fluido
aspirato (sezione 1), nell'ipotesi di gas ideale e di Mach unitario, la densità

²L'equazione di Hugoniot stabilisce che per un moto supersonico un aumento della
velocità v è ottenuto in presenza di condotti divergenti: $\frac{dA}{A} = -\frac{dv}{v}(1 - M^2)$, dove A è la
sezione del condotto e M il numero di Mach.

e la temperatura, sono costanti e pari ai valori critici. Questo determina la costanza dei primi due termini della relazione 2.1, quindi la diminuzione dell'area disponibile al passaggio del flusso, si traduce in una diminuzione della portata aspirata.

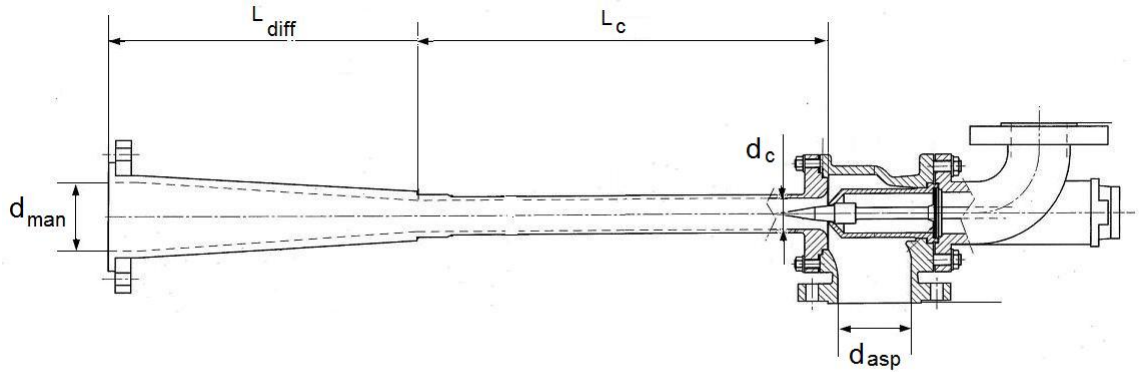


Figura 2.5: Quote caratteristiche dell'iniettore.

Dalle considerazioni fatte, sembra che quanto previsto dalle teorie di funzionamento relative agli iniettori impieganti fluidi comprimibili, permetta di descrivere il comportamento di questo iniettore a geometria variabile.

Nello svolgimento dell'elaborato vengono presi in considerazione due differenti iniettori di dimensioni diverse, ma identici per quanto riguarda forma e funzionamento: Iniettore A e Iniettore B.

Questi sono caratterizzati dalle seguenti dimensioni (la posizione delle quote definite in tabella 2.1, è visibile in figura 2.5):

| | d_{asp} (mm) | d_{man} (mm) | d_c (mm) | L_c/d_c | L_{diff}/d_{man} |
|--------------------|-------------------|-------------------|---------------|-----------|--------------------|
| Iniettore A | 82.5 | 78.5 | 40 | 11.125 | 4.80 |
| Iniettore B | 100 | 99 | 45 | 13.33 | 4.48 |

Tabella 2.1: Dimensioni caratteristiche degli iniettori in analisi.

Vengono perseguite due strade contemporaneamente. Una cerca di realizzare un modello di previsione analitico di funzionamento e l'altra impiega un approccio di tipo simulativo tramite l'utilizzo della termofluidodinamica computazionale.

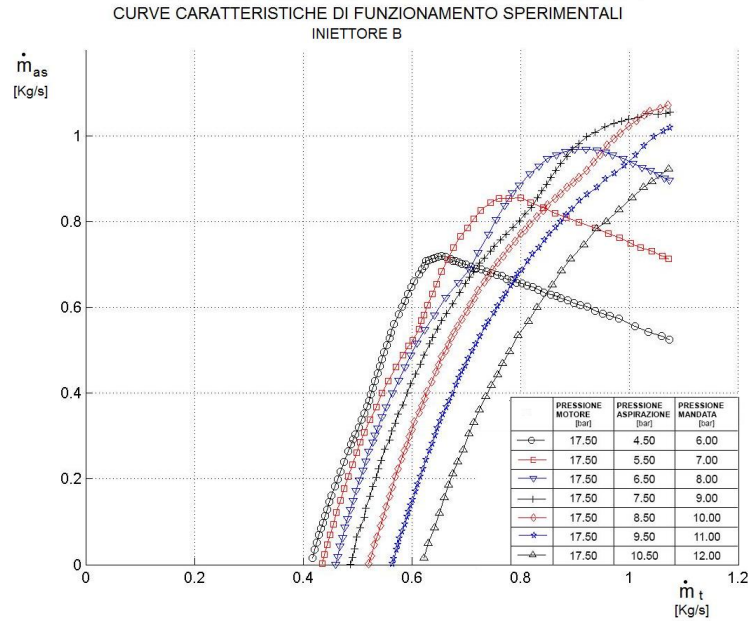


Figura 2.6: Curve di funzionamento dell'Iniettore B. I valori delle pressioni sono riferite a vapore allo stato saturo.

2.1 Modellazione analitica

Tra le varie teorie espone per lo studio degli iniettori (1.3) si sceglie di provare ad eseguire una modellazione analitica dell'iniettore, impiegando la teoria del *miscelamento ad area costante* (capitolo 1.3.2).

Le ragioni che portano ad impiegare questa metodologia sono le seguenti:

- Può essere trascurata l'eventuale presenza di fase liquida nel vapore e considerare i fluidi come gas ideali.

Una stima approssimativa di quanto può valere il titolo del vapore, alla pressione più bassa che si viene a raggiungere all'interno dell'iniettore, partendo da condizioni di vapor saturo per il vapore motore e quello aspirato (sezioni 0' e 0'' di figura 2.7), può essere fatta considerando quanto detto nel capitolo 1.3.3³. In base ai valori di pressione di utilizzo, per cui si hanno a disposizione le curve degli iniettori (figure 2.2 e 2.6), si può verificare, tramite l'impiego di un diagramma di Mollier, che il titolo non scende mai sotto a 0.9, valore che oltretutto è raggiunto in rari casi.

³La pressione minima secondo questa teoria è la $p_{as1} = p_{as2}$ di figura 1.20, questa corrisponde alla pressione critica per il fluido aspirato.

- La camera di miscelamento presenta una sezione costante ad eccezione del breve tratto iniziale.

La caratterizzazione deve essere in grado di riprodurre le curve di funzionamento che riportano il valore della portata aspirata in funzione di quella motrice per date condizioni di funzionamento: pressioni e temperature del vapore motore (p'_m, T'_m), di quello aspirato (p'_{as}, T'_{as}) e pressione di mandata (p'_{man}).

Si ricordano le ipotesi che stanno alla base della teoria:

- Gas ideali (Costante del gas $R = 461 \frac{J}{Kg K}$)
- Rapporto tra i calori specifici k costante ($k = 1.3$)
- Trasformazioni adiabatiche
- Miscelamento a sezione costante
- Si trascurano le perdite dovute alla presenza della parete della camera di miscelamento.
- Raggiungimento dell'equilibrio delle pressioni tra i due flussi aspirato e motore nella sezione 1 della camera di miscelamento. Da qui in poi inizia il mescolamento tra i flussi che non sono più distinguibili.

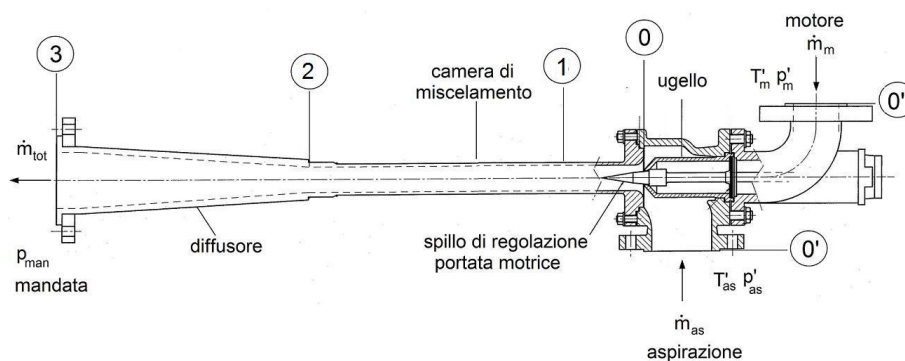


Figura 2.7: Iniettore a geometria variabile con indicazione delle sezioni considerate nella modellazione.

L'iniettore reale, visibile in figura 2.7, viene schematizzato come in figura 2.8. Viene trascurata la presenza dello spillo di regolazione della portata, si considera la variazione prodotta da questo organo, considerando differenti aree di gola dell'ugello A_g .

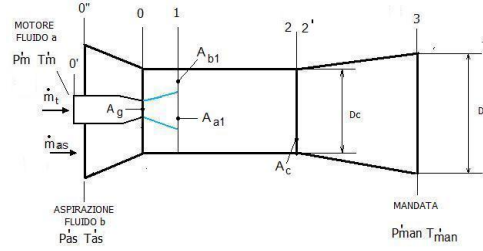


Figura 2.8: Schematizzazione dell'iniettore. La sezione 2' è la sezione a valle dell'eventuale shock normale previsto dalla teoria del miscelamento a sezione costante (capitolo 1.3.2).

Fissate pressione e temperatura motrici e sezione di gola A_g , la portata di vapore motore è ottenibile dalla relazione 1.86.

$$\dot{m}_t = \frac{p_m A_g}{\sqrt{T_m}} \sqrt{\frac{k}{R} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}}$$

La teoria stabilisce che nella prima parte della camera di miscelamento (sezioni 0-1) si abbiano due differenti flussi per il vapore motore e per quello aspirato. Questo fino al raggiungimento dell'uguaglianza delle pressioni (sezione 1).

Con riferimento ai tratti 0'/0''-1, si ipotizza che il vapore motore e quello aspirato espandono in modo adiabatico dalle condizioni di ingresso p'_m, T'_m (sezione 0') e p'_{as}, T'_{as} (sezione 0''), fino alla pressione p_1 . E' quindi possibile scrivere la relazione 1.85, che viene riportata di seguito:

$$\frac{p'_m}{\left(1 + \frac{(k-1)}{2} M_{a1}^2\right)^{\frac{k}{(k-1)}}} = \frac{p'_{as}}{\left(1 + \frac{(k-1)}{2} M_{b1}^2\right)^{\frac{k}{(k-1)}}}$$

Se è nota la pressione p_1 , con la relazione 1.85, si ottengono i numeri di Mach per i due fluidi (M_{a1}, M_{b1}). Noti questi valori, utilizzando le equazioni da 1.87 a 1.92, si è in grado di determinare tutte le grandezze relative alla sezione 1: valori delle aree, temperature, velocità (A_{a1}, v_{a1}, T_{a1} , area, velocità e temperatura del fluido motore; A_{b1}, v_{b1}, T_{b1} , area, velocità e temperatura del fluido aspirato).

Si riesce così a stabilire anche il valore della portata di vapore aspirata che è data da:

$$\dot{m}_{as} = \rho_{b1} v_{b1} A_{b1} \quad (2.2)$$

dove il valore della densità ρ_{b1} è definibile anch'esso una volta noto il numero di Mach M_{b1} :

$$\rho_{b1} = \frac{\rho'_m}{\left(1 + \frac{k-1}{2} M_{b1}^2\right)^{\frac{1}{k-1}}} \quad (2.3)$$

Si ricorda che ρ'_m si ricava dalla conoscenza di p'_m e T'_m , utilizzando l'equazione di stato dei gas perfetti.

Per le sezioni 1-2 della camera di miscelamento, possono essere messe a sistema le equazioni di bilancio della quantità di moto, dell'energia, della massa e l'equazione dei gas perfetti per lo stato 2 (equazioni 1.96, 1.98, 1.99) ed ottenere:

$$\begin{aligned} \dot{m}_t v_{a1} + \dot{m}_{as} v_{b1} + p_1 A_c &= (\dot{m}_t + \dot{m}_{as}) v_2 + p_2 A_c \\ \dot{m}_t \left(c_p T_{a1} + \frac{v_{a1}^2}{2} \right) + \dot{m}_{as} \left(c_p T_{b1} + \frac{v_{b1}^2}{2} \right) &= (\dot{m}_t + \dot{m}_{as}) \left(c_p T_2 + \frac{v_2^2}{2} \right) \\ \dot{m}_t + \dot{m}_{as} &= \rho_2 A_c v_2 \\ \rho_2 &= \frac{p_2}{RT_2} \end{aligned} \quad (2.4)$$

Caratterizzato lo stato 2 si considera la presenza dell'eventuale shock, previsto dalla teoria nel seguente modo. La miscela di vapore, viene ipotizzata uniformata nella sezione 2. Se questa ha un numero di Mach maggiore di 1, si tiene conto della presenza di questa trasformazione, che porta il ristabilirsi di condizioni subsoniche all'ingresso del diffusore. Se invece il valore di M_2 è minore di uno, non si modella lo shock. Quindi, in base al numero di Mach ottenuto si utilizzano le seguenti relazioni:

- $M_2 \geq 1$

$$p_{2'} = p_2 \left(\frac{2k}{k+1} M_2^2 - \frac{k-1}{k+1} \right)$$

relazione (1.101), che esprime l'aumento di pressione a valle dello shock normale,

$$M_{2'}^2 = \frac{M_2^2 + \frac{2}{k-1}}{\frac{2k}{k-1} M_2^2 - 1}$$

equazione, che esprime il numero di Mach del flusso dopo lo shock (equazione 1.102).

Il diffusore viene poi considerato tramite la relazione 1.103:

$$p'_{man} = p_{2'} \left(1 + \frac{k-1}{2} M_{2'}^2 \right)^{\frac{k}{k-1}}$$

- $M_2 < 1$

$$p'_{man} = p_2 \left(1 + \frac{k-1}{2} M_2^2 \right)^{\frac{k}{(k-1)}}$$

da cui si ottiene la pressione di mandata.

2.1.1 Caratterizzazione del Regime di Miscelamento

I limiti di funzionamento di questo tipo di regime sono: l'assenza di trascinamento (assenza di portata aspirata), che corrisponde al limite inferiore $\dot{m}_{t,min}$ di figura 2.3, e il massimo rapporto di trascinamento $\mu = \frac{\dot{m}_t}{\dot{m}_{as}}$ ottenibile ($\dot{m}_{t,max\mu}$, figura 2.3). Occorre quindi determinare questi due valori della portata motrice. A questi valori di portata corrispondono le seguenti pressioni:

- **Assenza di trascinamento:** $p_1 = p'_{as} = p_{1,sup}$, caso in cui non c'è differenza di pressione tra le sezioni di ingresso del fluido aspirato in macchina (sezione 0") e la sezione 1. Non si ha flusso di aspirato ($M_{b1}=0$).
- **Massimo rapporto di trascinamento "μ":** $p_1 = p'_{as} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k+1}} = p_{1,inf}$, che corrisponde al raggiungimento delle condizioni soniche per il fluido aspirato nella sezione 1.

Per ottenere i limiti $\dot{m}_{t,min}$ e $\dot{m}_{t,max\mu}$, si impiega un schema di calcolo iterativo implementato in un file Matlab (vedi Appendice A). Si fissa il valore della pressione nella sezione 1 ($p_{1,inf}$ o $p_{1,sup}$) e si fa variare la portata di fluido motore fino ad ottenere la pressione di mandata voluta. Questo corrisponde a quanto riportato in figura 2.9 .

Per caratterizzare lo stato 2 di uscita dalla camera di miscelamento, occorre risolvere il sistema non lineare definito dalle relazioni 1.96, 1.98, 1.99 e 2.4 che rappresentano le equazioni di bilancio tra le sezioni 1 e 2 e l'equazione dei gas perfetti, sempre per la sezione 2. Per ottenere la soluzione del sistema, nei file Matlab che si realizzano per implementare lo schema di calcolo iterativo, si utilizza il comando "fsolve". Questo, per un dato valore di inizio (vettore X_0 in Appendice A), ricerca la soluzione numerica del sistema utilizzando il metodo di Gauss-Newton.

Per trovare l'intersezione tra il grafico di figura 2.9 con la pressione di mandata voluta si impiega un *metodo di bisezione*, che viene arrestato quando la soluzione cade all'interno di una fascia di tolleranza $-\Delta < p'_{man} < +\Delta$.

Definiti ora questi limiti di portata motrice, all'interno dei quali si ha Regime di Miscelamento, è possibile caratterizzare, il comportamento dell'iniettore in questo regime di funzionamento.

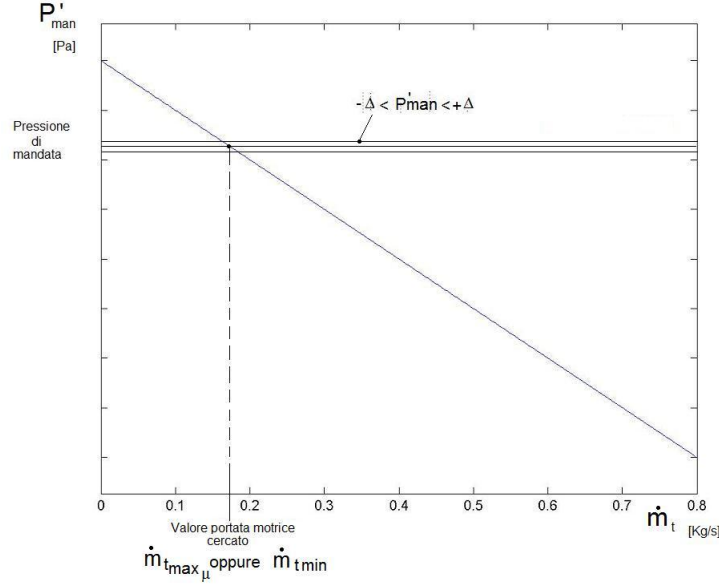


Figura 2.9: Andamento della pressione di mandata al variare della portata motrice per una fissata pressione della sezione 1 ($p_{1,inf}$ o $p_{1,sup}$). Ricerca della portate limite massima/minima.

Si realizza un nuovo schema di calcolo iterativo che, per un valore della portata motrice compreso all'interno dei limiti di portata appena determinati, variando la pressione p_1 , permette di determinare la pressione di mandata fissata. Questo graficamente corrisponde a quanto rappresentato in figura 2.10, dove per un dato valore di \dot{m}_t , viene graficata la pressione di mandata p'_{man} , che si ottiene variando la pressione della sezione 1.

Anche in questo caso si crea un apposito file Matlab (Appendice B), in cui si implementa un metodo di bisezione per ottenere il valore di p_1 , ricercato. Il procedimento si arresta quando la p'_{man} ricade all'interno di una fascia di tolleranza definita da $\pm\Delta$.

Il procedimento viene poi ripetuto per un nuovo valore di portata motrice compreso all'interno della fascia $\dot{m}_{t,max\mu}$ e $\dot{m}_{t,min}$.

2.1.2 Caratterizzazione del Regime Supersonico

Rimane da considerare il caso in cui la portata motrice superi il limite superiore di massimo rapporto tra le portate μ , ottenuta per $\dot{m}_{t,max\mu}$ e si passi quindi a funzionare in "Regime Supersonico" (figura 2.3). Avendo ipotizzato che il "condotto aerodinamico" percorso dal fluido aspirato tra le sezioni 0-1

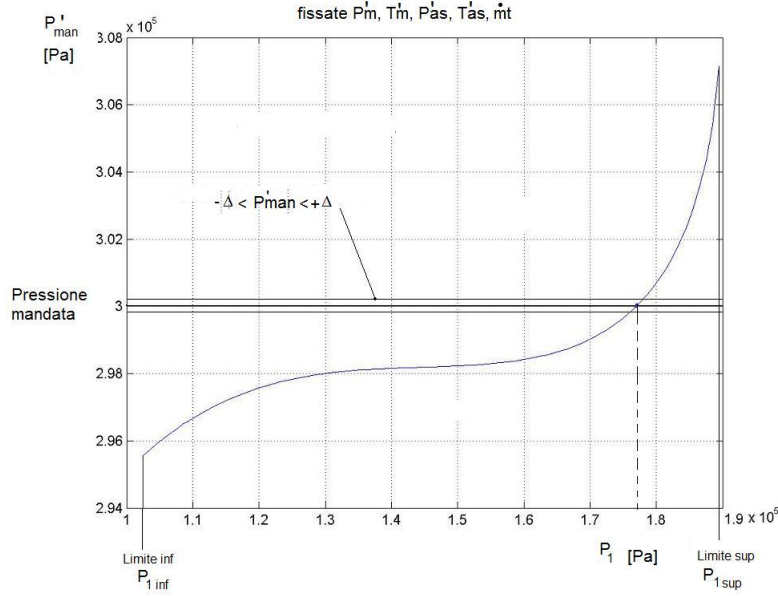


Figura 2.10: Andamento della pressione di mandata al variare della pressione nella sezione 1 per una fissata portata motrice.

sia di tipo convergente, al massimo la velocità potrà raggiungere le condizioni soniche (massima portata aspirabile).

Per valori di \dot{m}_t superiori a $\dot{m}_{t,max\mu}$, la sezione A_{b1} continua a diminuire (figura 2.4), ma restando costante il numero di mach ($M_{b1} = 1$), i valori di ρ_{b1} e v_{a1} , rimangono costanti.

La variazione della portata aspirata, è dovuta solo al contributo dato da una maggior area di gola per l'ugello, che tramite la relazione 1.87, si riperquote sulla variazione di A_{a1} ed infine su A_{b1} (equazione 1.88).

Per $\dot{m}_t > \dot{m}_{t,max\mu}$, si caratterizza l'iniettore nel modo seguente (Appendice B). La pressione della sezione 1 rimane pari a $p_1 = p'_{as} \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k+1}}$, i numeri di Mach per i due flussi rimangono anch'essi costanti. Variano solo le sezioni in gioco che sono esprimibili da:

$$A_g = \frac{\dot{m}_t \sqrt{T_m}}{p_m} \sqrt{\frac{R}{k} \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{k+1}{k-1}}}$$

$$A_{a1} = \frac{A_g}{M_{a1}^2} \left(\frac{2}{k+1} \left(1 + \frac{(k-1)}{2} M_{a1}^2 \right) \right)^{\frac{(k+1)}{2(k-1)}}$$

$$A_{b1} = A_c - A_{a1}$$

La portata aspirata è infine calcolata considerando:

$$\dot{m}_{as} = \rho_{b1} v_{b1} A_{b1}$$

Si nota come in queste condizioni i flussi non sono più interessati da quanto succede a valle della sezione 1.

2.1.3 Risultati dell'analisi

La modellazione dell'iniettore a geometria variabile fatta con la teoria del *miscelamento a sezione costante*, non si rivela una metodologia in grado di dare dei risultati adeguatamente precisi.

Questa viene verificata per i due iniettori in esame: Iniettore A e Iniettore B. In entrambi i casi non si riescono a fare previsioni di funzionamento affette da piccoli errori se confrontate con le curve fornite dal costruttore.

Si esegue ora una trattazione espositiva dei risultati ottenuti (relativa al solo Iniettore A) focalizzando l'attenzione sugli aspetti che causano l'inadeguatezza del metodo analitico impiegato.

I risultati della caratterizzazione ottenuti, per l'Iniettore A in condizioni operative pari a $p'_m = 12$ bar, $T'_m = 461$ K, $p'_{as} = 1.9$ bar, $T'_{as} = 391$ K e $p'_{man} = 3$ bar, sono riportati in figura 2.11.

Analizzando il grafico, si nota come indicativamente l'andamento sia globalmente riprodotto, ma non vi è sufficiente precisione.

Ricordando che la teoria impiegata per la modellazione prevede l'impiego di tre coefficienti: η_u, η_c, η_d (vedi capitolo 1.3.2), per considerare le irreversibilità delle trasformazioni ipotizzate adiabatiche, ma che in realtà avvengono con un aumento di entropia, si prova ad impiegargli per vedere se possono migliorare il risultato della modellazione.

In particolare si provano vari valori dei coefficienti all'interno dei dati che normalmente sono utilizzati in letteratura [10],[9]. I risultati migliori si ottengono per: $\eta_c = 0.85$, $\eta_d = 0.85$ e $\eta_u = 0.97$.

Dalla figura 2.12, si nota una migliore precisione per il tratto iniziale (Regime di Miscelamento), rispetto alla curva del modello di figura 2.11. Nella parte a pendenza negativa della curva, in Regime Supersonico per portate $\dot{m}_t > \dot{m}_{t,max\mu}$, la previsione teorica da un risultato con un notevole errore rispetto ai dati forniti dal costruttore (circa il 30%).

Se si prova a tracciare la curva di funzionamento, sempre per l'iniettore A, ma per diverse condizioni di funzionamento con gli stessi coefficienti di perdita (η_u, η_c, η_d) si ottiene l'andamento rappresentato in figura 2.13.

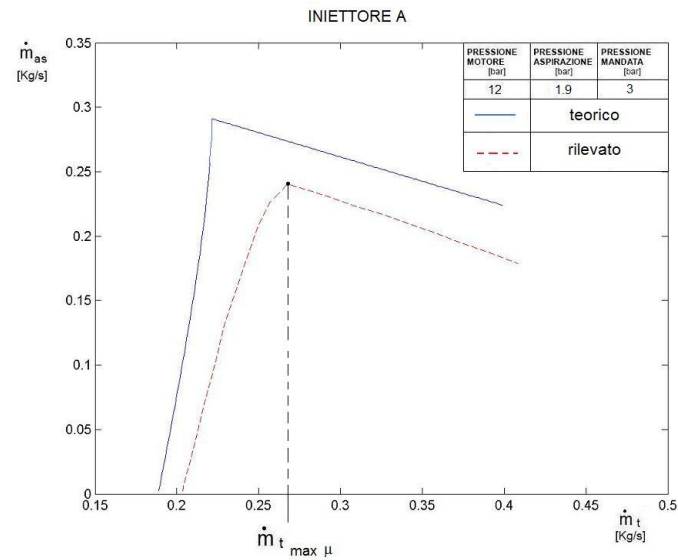


Figura 2.11: Confronto tra la modellazione teorica e la curva fornita dal costruttore dell'iniettore.

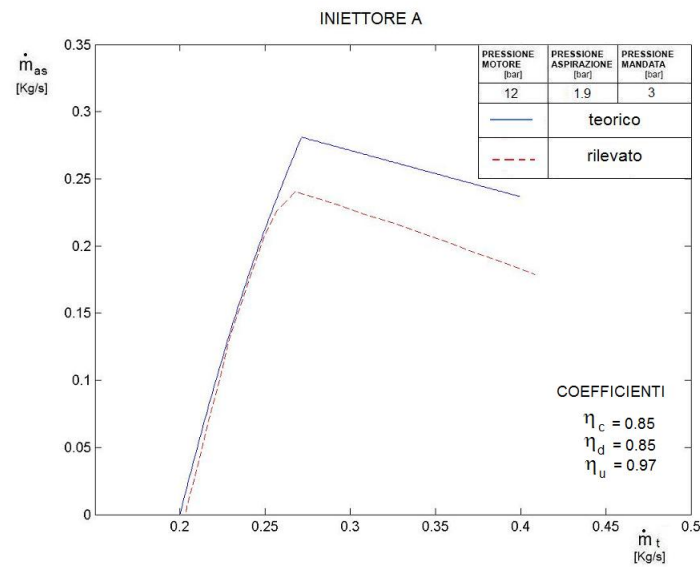


Figura 2.12: Risultati del modello con i coefficienti di perdita.

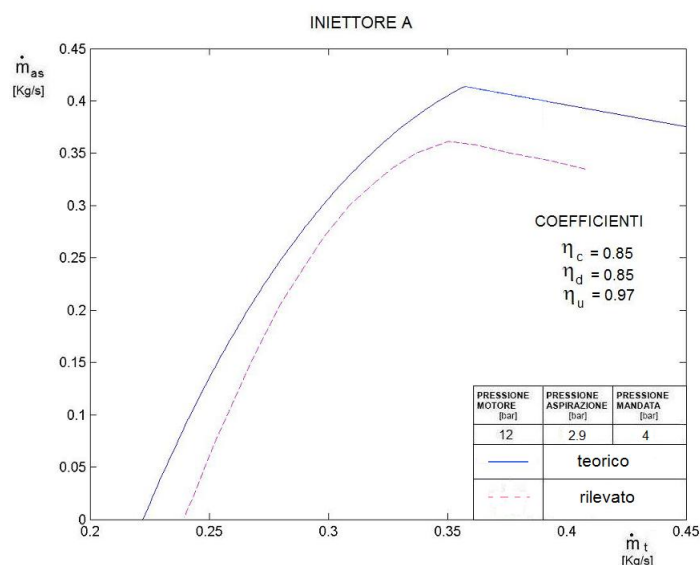


Figura 2.13: Risultati del modello su condizioni operative differenti.

Ora si perde la precisione ottenuta in precedenza, anche nel tratto iniziale della curva.

Coefficienti di perdita costanti non danno una buona modellazione, in quanto, variando le condizioni di funzionamento (valore delle pressioni di utilizzo), o la dimensione della sezione di gola (stesse condizioni di pressione, portate motrici differenti) si ha una notevole riduzione della precisione di previsione. La teoria impiegata non è in grado di fornire i risultati cercati.

Per comprendere il perché di questo insuccesso possono essere considerati i risultati ottenuti con la modellazione CFD dell'iniettore realizzata nel capitolo 3.

Si riportano due figure che rappresentano i campi delle velocità ottenuti con la tecnica di simulazione fluidodinamica per due punti della curva caratteristica di figura 2.11. La prima (figura 2.14) corrisponde ad una simulazione CFD relativa ad un punto di funzionamento nel primo tratto della curva "rilevata" di figura 2.11 (\dot{m}_t della simulazione minore di $\dot{m}_{t,max\mu}$) ed è caratterizzata da una piccola apertura della sezione di gola dell'ugello. La seconda (figura 2.15) è relativa ad una simulazione corrispondente ad un punto nella zona di funzionamento in Regime Supersonico ($\dot{m}_t > \dot{m}_{t,max\mu}$), ottenuta con una maggior sezione A_g .

Dal confronto delle due figure si nota come la forma del getto di vapore motore in uscita dall'ugello sia fortemente influenzata dal valore della sezione

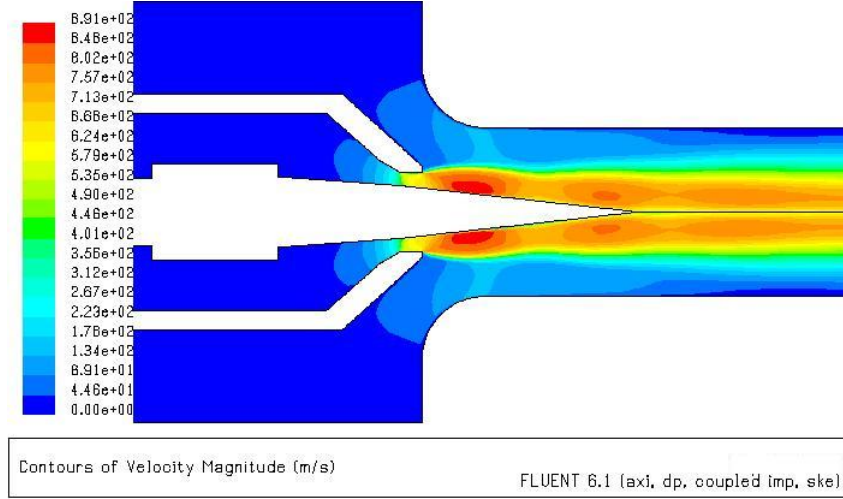


Figura 2.14: Campo delle velocità, nel primo tratto della camera di miscelamento, ottenuto per una simulazione CFD dell'iniettore A per $p'_m=12$ bar, $p'_{as}=2.9$ bar e $p'_{man}=3$ bar e $\dot{m}_t=0.25 \frac{Kg}{s}$.

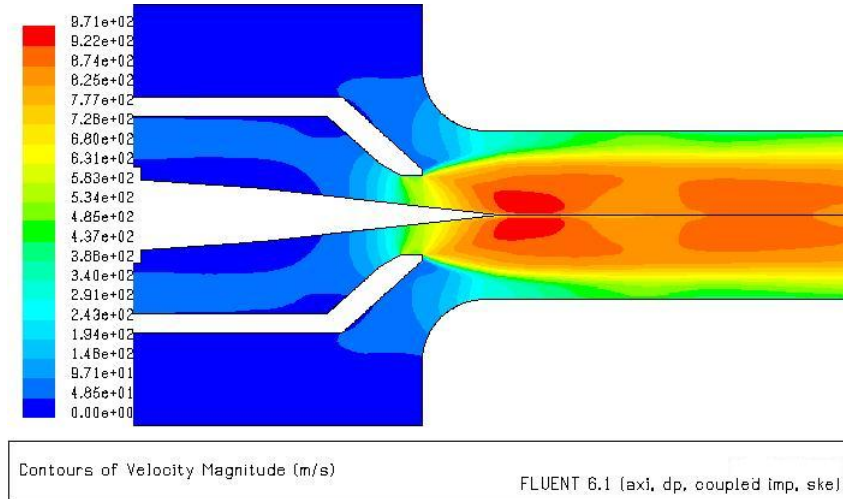


Figura 2.15: Campo delle velocità, nel primo tratto della camera di miscelamento, ottenuto per una simulazione CFD dell'iniettore A per $p'_m=12$ bar, $p'_{as}=2.9$ bar e $p'_{man}=3$ bar e $\dot{m}_t=0.4 \frac{Kg}{s}$.

di apertura realizzata dallo spillo. Il fluido aspirato di conseguenza è caratterizzato da flussi molto differenti, nei i due casi.

Un coefficiente di perdita η_c costante non è quindi in grado di rappresentare queste diverse situazioni.

L'ipotesi, fatta dalla teoria di non istantaneo miscelamento, all'ingresso della camera, e della presenza di due flussi separati fino alla sezione 1, nel caso di figura 2.15, non riproduce adeguatamente quanto accade secondo la simulazione. Il "condotto aerodinamico" che viene ad essere percorso dal fluido aspirato non è adeguatamente modellabile con lo schema, impiegato dalla teoria.

Questo a causa della geometria stessa dell'iniettore (condotto di immissione del fluido aspirato in camera convergente; presenza della parete esterna dell'ugello; presenza dello spillo), la quale causa, in queste condizioni operative, un'interazione tra i due flussi caratterizzata da moti fortemente bidimensionali. Infatti, se per la stessa simulazione, si riportano le direzioni delle velocità nella sezione di ingresso alla camera (sezione 0), e la sezione 1 dove si raggiunge un Mach maggiore di 1 in tutta la sezione della camera (figura 2.17), si ottiene quanto rappresentato in figura 2.16.

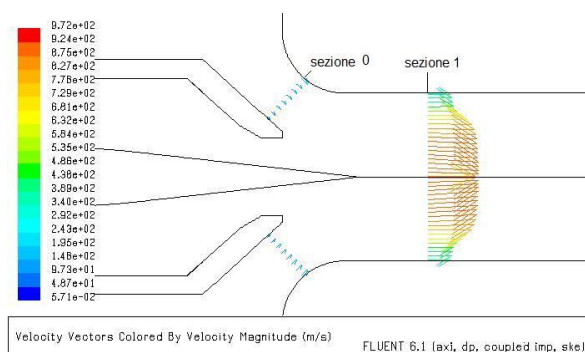


Figura 2.16: Direzioni delle velocità nel tratto iniziale della camera di miscelamento, per alta portata motrice. Simulazione CFD: Iniettore A $p'_m=12$ bar, $p'_{as}=2.9$ bar e $p'_{man}=3$ bar e $\dot{m}_t=0.4 \frac{Kg}{s}$

Andando a verificare le direzioni per le stesse sezioni (0,1) nel caso di portata motrice inferiore, quindi nel caso della simulazione rappresentata in figura 2.14, si ha quanto riportato in figura 2.18. In questo caso, permangono sì effetti bidimensionali, ma durano solo per un piccolo tratto iniziale rispetto all'intero flusso del fluido aspirato tra le sezioni 0 e 1.

Il flusso è più corrispondente a quanto ipotizzato dalla teoria.

La sezione 1 di figura 2.16, corrisponde ad avere un Mach maggiore di 1

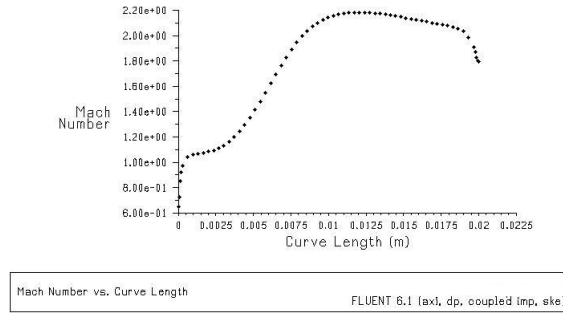


Figura 2.17: Andamento del numero di Mach nella sezione 1 per la simulazione Iniettore A $p'_m=12$ bar, $p'_{as}=2.9$ bar e $p'_{man}=3$ bar e $\dot{m}_t=0.4 \frac{Kg}{s}$

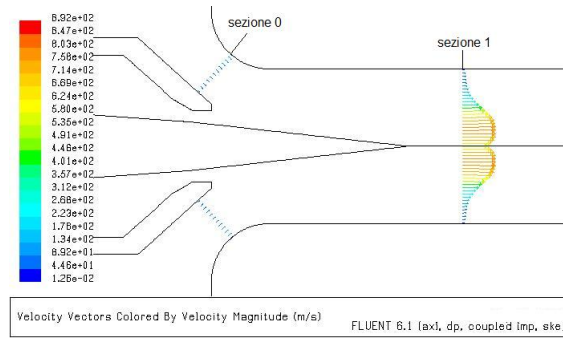


Figura 2.18: Direzioni delle velocità nel tratto iniziale della camera di miscelamento, per bassa portata motrice. Simulazione CFD: Iniettore A $p'_m=12$ bar, $p'_{as}=2.9$ bar e $p'_{man}=3$ bar e $\dot{m}_t=0.25 \frac{Kg}{s}$

in tutta la sezione. L'ipotesi di pressioni uniformi per i due flussi, non viene però verificata dalla simulazione.

In figura 2.19(a), 2.19(b), 2.19(c) sono riportate le pressioni di differenti sezioni della camera di miscelamento, sempre per la simulazione relativa alla portata motrice maggiore ($\dot{m}_t = 0.4 \frac{Kg}{s}$). La posizione delle sezioni è visibile in figura 2.20. Dall'analisi dell'andamento relativo alla sezione 1 si nota come non vi sia l'uguaglianza delle pressioni (figura 2.19(c)).

In aggiunta se confrontati tra loro questi grafici rappresentano una situa-

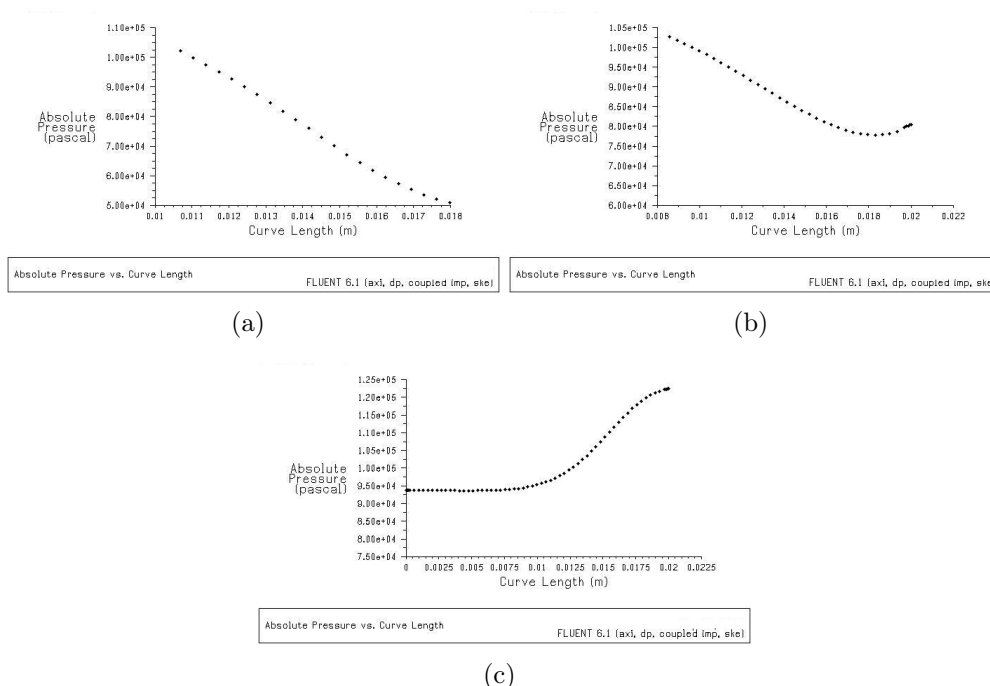


Figura 2.19: Andamento delle pressioni nelle sezioni A (a), B (b), 1 (c), di figura 2.20. L'asse delle ascisse inizia in corrispondenza dell'asse di simmetria del modello CFD realizzato per la simulazione (figura 2.20).

zione in cui è presente una variazione della pressione tale, da non giustificare l'ipotesi fatta dalla teoria di modellazione analitica di flussi separati nel tratto 0-1 della camera di miscelamento. Il "condotto aerodinamico", ipotizzato si crea perchè il fluido motore si trova all'inizio di questo tratto (sezione 0) ad una pressione maggiore di quella del vapore aspirato. Il condotto termina nella sezione 1 in cui i due flussi hanno raggiunto l'uguaglianza delle pressioni. Questa sezione è anche quella dove si possono raggiungere le condizioni di Mach unitario per il vapore aspirato.

I tre grafici ottenuti con la simulazione riportano, però andamenti delle

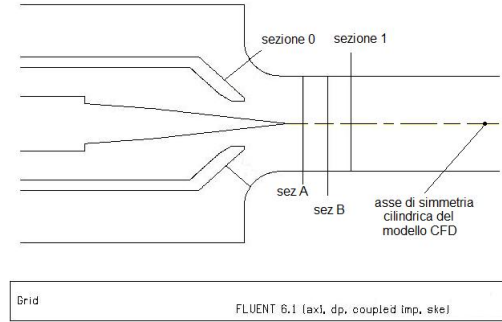


Figura 2.20: Direzioni delle velocità nel tratto iniziale della camera di miscelamento, per bassa portata motrice.

pressioni che rilevano come le zone più vicine alla parete della camera di miscelamento (inizio asse delle ascisse dei grafici) siano in realtà a pressioni superiori di quelle interne.

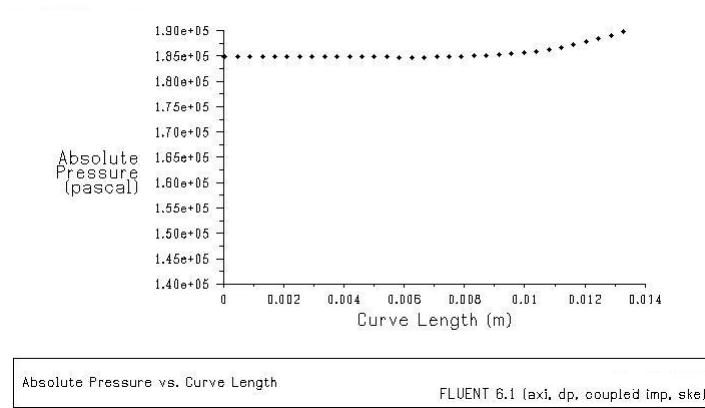


Figura 2.21: Pressione nella sezione 1 relativa alla simulazione fluidodinamica per portata motrice pari a $\dot{m}_t = 0.25 \frac{Kg}{s}$.

Se invece si riporta la pressione nella sezione 1 ottenuta per la simulazione relativa a minor portata motrice ($\dot{m}_t = 0.25 \frac{Kg}{s}$), si ottiene un andamento che è effettivamente costante (vedi figura 2.21).

In conclusione la teoria utilizzata nonostante riesca a dare una rappresentazione qualitativa del funzionamento dell'iniettore, non è in grado di dare risultati con una precisione adeguata. La ragione di questo risiede nella particolare geometria del tratto iniziale della camera di miscelamento, che comporta flussi fortemente influenzati dalle condizioni operative: pressioni di utilizzo e valore delle sezioni di gola.

Capitolo 3

Analisi CFD dell'Iniettore IGV

Per ottenere dei risultati che aiutino l'analisi del problema, si sceglie di ricorrere ad un approccio di tipo numerico tramite l'utilizzo dell'*Analisi Fluidodinamica Computazionale* (Computational Fluid Dynamics CFD).

Si procede ora ad una breve trattazione riguardante lo strumento utilizzato, senza la pretesa di dare una esaustiva panoramica dell'argomento, per la quale si rimanda a testi specializzati, ma con lo scopo di fornire informazioni utili all'esposizione dell'analisi realizzata per l'iniettore.

3.1 Introduzione all'analisi CFD

La Fluidodinamica Computazionale è l'analisi di sistemi che coinvolgono flussi di fluidi, scambi di calore e fenomeni associati quali ad esempio reazioni chimiche, tramite una simulazione di tipo numerico che necessita l'impiego di un computer per la sua risoluzione.

La tecnica è molto potente ed i suoi campi di applicazione spaziano in una vasta gamma di impieghi, all'interno dei quali ricadono molte applicazioni industriali, come il caso in oggetto dell'iniettore a vapore.

Analizzare un problema con la tecnica CFD consiste fondamentalmente nei seguenti passaggi: scrittura delle equazioni di governo, discretizzazioni delle equazioni in modo da ottenere delle equazioni di tipo algebrico, suddivisione del dominio in sottodomini (generazione della mesh), soluzione numerica delle equazioni ottenute, una volta definite le condizioni al contorno del problema.

Possono essere identificati tre elementi principali che compongono i codici di calcolo CFD:

- Pre-processor

- Solver
- Post-processor

Il *Pre-processor* è lo strumento con il quale vengono forniti gli input del problema in esame. In concreto svolge le seguenti funzioni:

- Definizione della geometria delle regioni che compongono il dominio dell'analisi
- Suddivisione del dominio in piccoli sottodomini quindi creazione delle griglie (mesh) e delle celle (volumi di controllo)
- Scelta dei fenomeni fisici e chimici che necessitano per la risoluzione del problema
- Definizione delle proprietà del fluido o dei fluidi
- Definizione delle condizioni al contorno da imporre per la risoluzione del problema

In pratica il pre-processor traduce questi dati in una forma comprensibile per il Solver a cui spetta la risoluzione vera e propria del problema.

Il *Solver* è l'elemento che ricerca la soluzione numerica del problema che è stato definito nel pre-processor. Possono essere distinte tre tipologie principali di tecniche per la risoluzione di un problema numerico:

- Differenze finite
- Elementi finiti
- Metodi spettrali
- Volumi finiti

Queste metodologie in forma differente assolvono però gli stessi compiti:

- Approssimare le variabili sconosciute attraverso l'utilizzo di semplici funzioni
- Discretizzazione delle equazioni che governano i fenomeni tramite la sostituzione delle approssimazioni elencate sopra
- Soluzione dell'equazioni algebriche create con la discretizzazione

Le differenze principali tra le dipologie risolutive caratterizzanti il Solver risiedono nella modalità con cui le variabili del problema in esame vengono approssimate e nel processo di discretizzazione.

Con le differenze finite una variabile sconosciuta ϕ viene descritta tramite dei punti campione nei nodi della griglia, la variazione della variabile (derivata) tra punti vicini viene approssimata con uno sviluppo di Taylor troncato e quindi finito a seconda della precisione ricercata.

Gli elementi finiti invece approssimano l'andamento di una variabile e quindi la sua variazione all'interno di un singolo elemento tramite l'impiego di semplici funzioni (lineari o quadratiche). Questi due metodi hanno quindi un approccio di tipo locale, relativamente alla modalità di approssimazione, a differenza del metodo spettrale in cui si impiegano serie di Fourier il cui campo di indagine viene esteso a tutto il dominio.

Il metodo dei *Volumi Finiti* è il principale metodo impiegato dai codici commerciali che trovano maggior diffusione (Fluent, Phoenix, Flow3D e altri). Questo metodo consiste essenzialmente in:

- Integrazione di ogni equazione di governo per ogni volumetto impiegato per la discretizzazione del dominio
- Discretizzazione tramite l'impiego di approssimazioni alle differenze finite per i termini presenti nelle equazioni di integrazione rappresentanti il problema (convezione, diffusione, sorgente). Ottenendo così la conversione delle equazioni in forma integrale in equazioni di tipo algebrico
- Soluzione delle equazioni con un metodo iterativo.

L'integrazione sui volumi di controllo delle equazioni, distingue questo metodo dalle altre tecniche CFD.

Il *post-processor* ha infine il compito di tradurre quelli che sono i risultati ottenuti dal solver in termini di visualizzazione dei risultati e di trattamento dei dati ottenuti con la simulazione.

3.1.1 Modello fisico

La risoluzione numerica di un problema di flusso di fluidi passa, in generale, attraverso le fasi riportate nella figura 3.1. Il passaggio più critico di una simulazione numerica è l'individuazione del modello fisico più appropriato per lo studio di un particolare problema reale. La migliore scelta possibile è quella di adottare, almeno per uno studio preliminare, il modello fisico più semplice, ma che fornisca risultati adeguati. Ad esempio, la geometria e le

condizioni al contorno potrebbero consentire di adottare un semplice modello bidimensionale per studiare un problema che effettivamente è di tipo tridimensionale. Un altro esempio è quello di approssimare un problema che non potrà mai essere di tipo stazionario con un problema fisico stazionario.

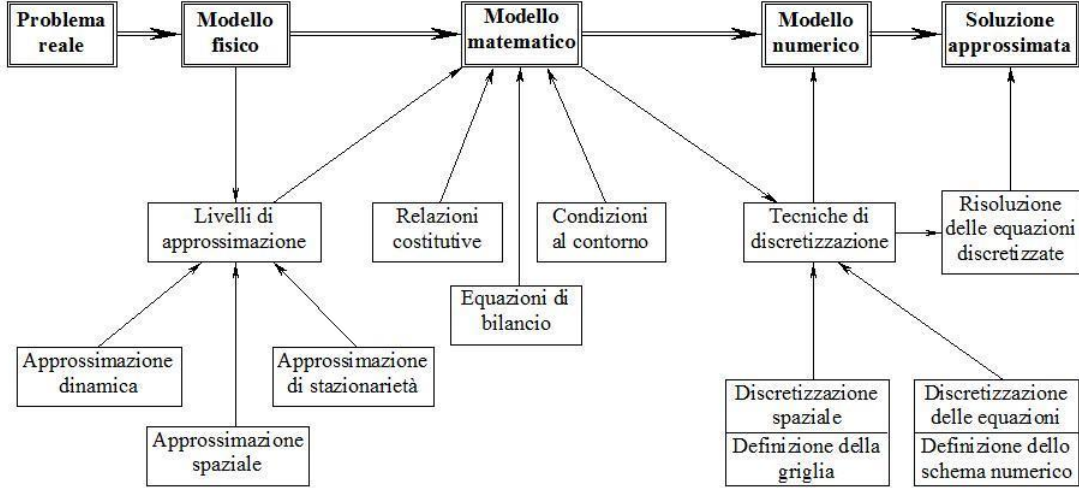


Figura 3.1: Fasi di risoluzione numerica di un problema di flusso di fluidi.

3.1.2 Modello Matematico

I problemi fisici che coinvolgono il flusso dei fluidi ed il trasferimento di massa e del calore sono governati dai principi di conservazione della massa, della quantità di moto, dell'energia delle specie chimiche, ecc.. Questi principi sono matematicamente espressi in termini di equazioni differenziali parziali che possono essere scritte in coordinate cartesiane nella seguente formula generale:

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi)}_{\text{termine non stazionario}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(\rho u\phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v\phi) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w\phi)}_{\text{termini conduttivi}} = \underbrace{\text{div}\Gamma}_{\text{termini di flusso}} + \underbrace{S_\phi}_{\text{termine sorgente}} \quad (3.1)$$

dove ϕ rappresenta la grandezza scalare che è trasferita dal fluido in movimento con la velocità $\bar{u} = (u, v, w)$, densità ρ e Γ gamma rappresenta il

flusso di ϕ dalla superficie del sistema. La variabile dipendente ϕ può avere il significato di componente della velocità, di entalpia, di frazione massica, ecc.. Il termine S rappresenta invece, la quantità di ϕ generata nell'unità di volume. I termini presenti nell'equazione differenziale generale sono detti nell'ordine: *termine non stazionario*, *termini convettivi* e *termine sorgente*. Tutto ciò che in un'equazione di bilancio non può essere fatto rientrare come termine convettivo o diffusivo viene generalmente inserito all'interno del termine di sorgente. Fanno eccezione a questo le equazioni della quantità di moto. Infatti, in questo caso il termine in cui compare la pressione non viene inserito all'interno del termine sorgente in quanto la pressione è una vera e propria variabile dipendente. Nel caso della quantità di moto lungo l'asse x , equazione 3.1 viene scritta nella seguente forma:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u\phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v\phi) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w\phi) = \\ - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \Gamma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \Gamma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \Gamma_{xz}}{\partial z} + S_u \end{aligned} \quad (3.2)$$

La variabile dipendente ϕ è in generale funzione di tre coordinate spaziali e di una temporale. Per quanto riguarda quella temporale, la dipendenza è di tipo *one-way*, il valore assunto in un dato istante è solamente funzione dei valori assunti in precedenza e non da quelli successivi. Le coordinate spaziali possono essere del tipo *one-way* o *two-way*. In quest'ultimo caso le condizioni in una data posizione sono influenzate dalle variazioni delle condizioni da entrambi i lati della posizione. Una coordinata spaziale può risultare *one-way* a causa dell'azione di un flusso di fluido fortemente unidirezionale (nella direzione di quella coordinata), in questo caso le condizioni in un punto sono influenzate fortemente dalle condizioni a monte e molto debolmente da quelle a valle. La natura *one-way* di una coordinata spaziale è un'approssimazione, infatti anche se la convezione è un processo unidirezionale, la diffusione, che è sempre presente, è un processo bidirezionale. Tuttavia quando la convezione predomina sulla diffusione, nel caso di numeri di Peclet molto maggiori dell'unità, le coordinate spaziali assumono un comportamento *one-way*. Un'equazione differenziale parabolica nello spazio ha coordinate spaziali (x,y,z) che sono di tipo *one-way*, mentre un'equazione ellittica nello spazio ha coordinate di tipo *two-way*.

Un ulteriore ed importante aspetto legato alla modellazione matematica sono le *condizioni iniziali* e le *condizioni al contorno* da dare al sistema. Qui risiede una delle principali difficoltà nella risoluzione numerica dei problemi di flusso di fluidi. Per un dato gruppo di equazioni devono essere definite condizioni appropriate alla natura fisica del problema al fine di ottenere un

modello matematico ben posto. Le condizioni iniziali possono scriversi:

$$\phi(\bar{r}, t = 0) = \phi_0(\bar{r}) \quad \forall \bar{r} \in V \quad (3.3)$$

Un modo conciso per definire le condizioni sul contorno S è quello di imporre la seguente condizione generale:

$$A\phi + B\frac{\partial\phi}{\partial n} = C \quad \forall \bar{r} \in S \quad (3.4)$$

dove con n si è indicata la direzione normale al contorno. Scegliendo $A = 1$ e $B = 0$ si ottengono le *condizioni di Dirichlet*, o di prima specie, in cui vengono specificati i valori scalari di ϕ sul contorno; scegliendo $A=0$ e $B=1$ si ottengono le *condizioni di Neumann*, o di seconda specie, in cui vengono specificati i valori dei flussi diffusivi al contorno.

I contorni di un dominio di calcolo sono normalmente di tre tipi: senza passaggio di fluido, con flusso entrante di fluido (*inflow boundaries*) e contorni con flusso uscente di fluido (*outflow boundaries*). Normalmente i flussi convettivi sono assegnati agli inflow boundaries, sono posti nulli nei contorni impermeabili al passaggio di fluido e sono considerati indipendenti dalla coordinata normale negli outflow boundaries. I flussi diffusivi vengono invece specificati sulle pareti.

Per quelle parti del contorno dove il fluido entra nel dominio devono essere assegnati tutti i valori di ϕ all'ingresso, eccetto la pressione nel caso di fluidi subsonici. Poichè la velocità e tutte le altre variabili sono date possono essere calcolati tutti i flussi convettivi. I flussi diffusivi non sono noti in ingresso, ma vengono posti uguale a zero od opportunamente approssimati.

Per le parti del contorno dove il fluido lascia il dominio normalmente non sono conosciuti nè i valori di ϕ , nè i valori dei flussi diffusivi. Generalmente per i flussi subsonici e per grandi numeri di Peclet le regioni vicino alle uscite hanno un comportamento one-way, in tal caso, essendo il comportamento locale governato principalmente dalla convezione i punti al contorno localizzati a valle del dominio di calcolo non influenzano la soluzione.

Negli outflow boundaries una possibilità è quella di imporre che tutte le derivate nella direzione della corrente siano nulle:

$$\frac{\partial\phi}{\partial n} = 0 \quad \forall \bar{r} \in S_{out} \quad (3.5)$$

Questa condizione viene spesso usata in flussi stazionari ma non è soddisfacente in flussi non stazionari. In questo caso è meglio utilizzare un'altra condizione convettiva e non stazionaria:

$$\frac{\partial\phi}{\partial t} + u_n \frac{\partial\phi}{\partial n} = 0 \quad \forall \bar{r} \in S_{out} \quad (3.6)$$

dove u_n è una velocità che è indipendente dalla posizione della superficie di uscita, scelta in modo che sia soddisfatta la conservazione globale di massa. Le condizioni al contorno per la pressione richiedono particolare attenzione. Naturalmente l'equazione della pressione necessita di condizioni su tutti i contorni:

$$p = p_0 \text{ oppure } \frac{\partial p}{\partial n} = 0 \quad \forall \bar{r} \in S \quad (3.7)$$

Per rendere la soluzione unica, la pressione deve però essere fissata in un punto.

Occorre infine ricordare che nelle equazioni di bilancio che governano i fenomeni di flusso di fluidi che sono state in precedenza considerate come base per la modellazione matematica della analisi CFD, compaiono proprietà termodinamiche come la viscosità, conducibilità, calore specifico, ecc. che in generale non sono costanti, ma sono funzione della pressione della temperatura ed in alcuni casi della composizione del fluido. Occorre quindi individuare opportune equazioni costitutive che forniscano le relazioni che legano queste proprietà termodinamiche alle variabili dipendenti.

3.1.3 Modello numerico

Per risolvere le equazioni di bilancio numericamente è necessario generare una *griglia*, quindi una rappresentazione discreta del dominio geometrico di calcolo entro il quale il problema deve essere risolto. La griglia divide il dominio in un numero finito di sottodomini (elementi o volumi di controllo). Le griglie possono essere di due tipi: griglie regolari o *strutturate* e griglie non strutturate. Nel primo caso i volumi di controllo possono essere univocamente identificati mediante una terna di indici i,j,k. Il vantaggio nell'utilizzare questa tipologia di griglia risiede nella notevole semplificazione della programmazione, mentre lo svantaggio consiste nella possibilità di impiego relativo a domini con geometrie relativamente semplici.

Le griglie non strutturate vengono utilizzate per geometrie complesse.

Nei punti nodali, ovvero nei centri dei volumi di controllo sono definite le più importanti proprietà del fluido. In particolare le variabili relative al bilancio di massa e dell'energia (pressione, temperatura, densità, frazione massica, ecc.) sono assegnate nei punti nodali della griglia primaria, mentre le variabili relative al bilancio della quantità di moto, quindi le componenti della velocità (u, v, w) , sono assegnate nei punti sui bordi dei volumi di controllo della griglia primaria (posizioni sfalsate o *straggered locations*).

Il vantaggio maggiore nell'usare la configurazione *straggered*, sta nel forte accoppiamento tra la velocità e le pressioni che ne risulta. Questo aiuta ad impedire alcuni problemi di convergenza ed oscillazioni nei campi di pressione

e di velocità. Un vantaggio aggiuntivo nell'usare questo tipo di griglia è che le componenti della velocità e le variabili scalari vengono ad essere localizzate esattamente dove servono, vale a dire sulle facce dei volumi di controllo e sui punti nodali della griglia primaria.

Un esempio di griglia per un dominio bidimensionale con l'indicazione delle posizioni nelle quali vengono calcolate le differenti variabili è riportato figura 3.2. Nel seguito anche per semplificare lo sviluppo delle equazioni discretizzate e la visualizzazione grafica, si farà riferimento al solo caso bidimensionale.

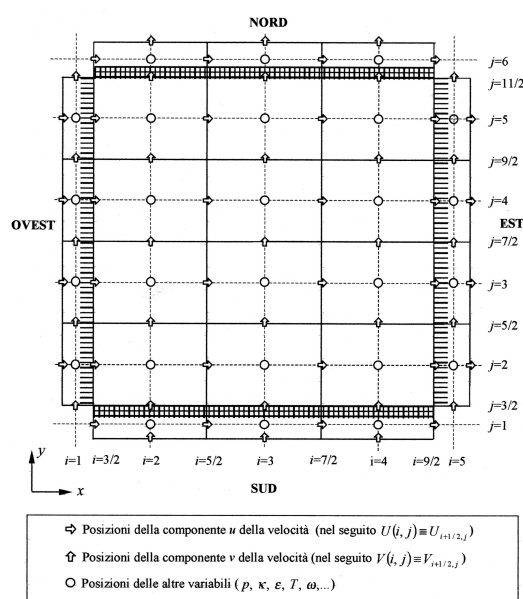


Figura 3.2: Discretizzazione spaziale bidimensionale.

Nel modello ai volumi finiti la discretizzazione delle equazioni è basata su una formulazione conservativa, nella quale le equazioni differenziali sono integrate sopra ciascun volume di controllo. I volumi di controllo sono, come già visto, di tipo straggered per le equazioni della quantità di moto lungo l'asse x e lungo l'asse y (vedi figure 3.3 e 3.4) e sono centrati nei punti nodali della griglia primaria per le altre equazioni (vedi figura 3.5).

L'integrazione dell'equazione della convezione-diffusione relativa alla vari-

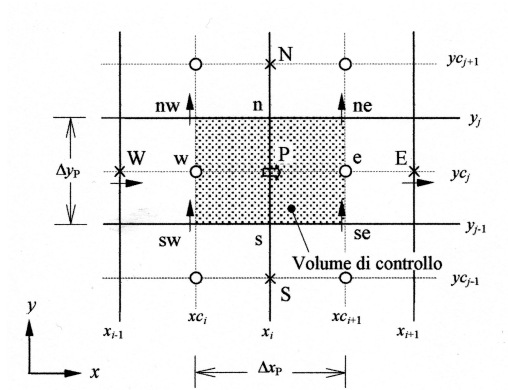


Figura 3.3: Volume di controllo per l'equazione della quantità di moto asse x .

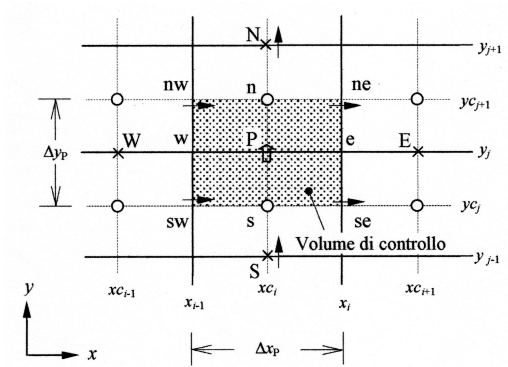


Figura 3.4: Volume di controllo per l'equazione della quantità di moto asse y .

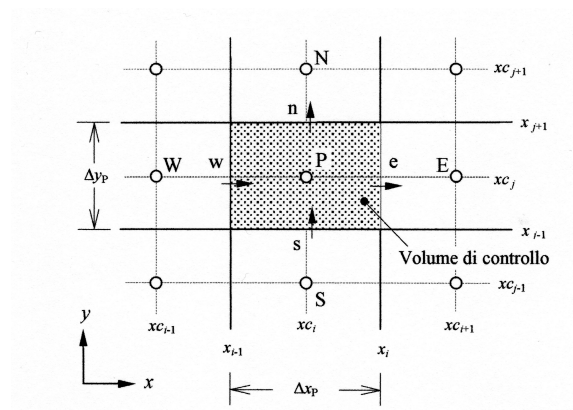


Figura 3.5: Volume di controllo per le equazioni di bilancio energetico e della massa.

abile ϕ sul generico volume di controllo fornisce:

$$\begin{aligned} \int_V \frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) dV + \int_V \frac{\partial}{\partial x}(\rho u\phi) dV + \int_V \frac{\partial}{\partial y}(\rho v\phi) dV = \\ \int_V \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) dV + \int_V \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) dV + \int S_\phi dV \end{aligned} \quad (3.8)$$

che utilizzando il teorema della divergenza diventa:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_V (\rho\phi) dV + \int_S (\rho u\phi) \hat{i} \cdot \hat{n} dA + \int_S (\rho v\phi) \hat{j} \cdot \hat{n} dA = \\ \int_S \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \hat{i} \cdot \hat{n} dA + \int_S \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \hat{j} \cdot \hat{n} dA + \int_S S_\phi dV \end{aligned} \quad (3.9)$$

Per la discretizzazione delle equazioni si procede ora nella seguente logica. Per il termine non stazionario se la densità è costante la generica equazione della diffusione-convezione può essere scritta nella seguente forma semplificata:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = F(\phi) \quad (3.10)$$

Un metodo di discretizzazione del termine transitorio è quello che fa uso di una procedura di differenza in avanti. In tal caso si parla di metodo di *ulero in avanti* o *esplicito* e si ha:

$$\frac{\phi - \phi^0}{\Delta t} = F(\phi^0) \quad (3.11)$$

dove ϕ^0 si riferisce al valore determinato all'istante temporale precedente t^0 , mentre ϕ rappresenta il valore incognito da valutare all'istante attuale $t = t^0 + \Delta t$. Il secondo membro della equazione 3.11 è individuato all'istante temporale precedente. Ogni incognita compare in una sola equazione del sistema e queste ultime possono essere risolte una alla volta, indipendentemente.

Nel caso invece di *Eulero all'indietro* o *implicito* si ha:

$$\frac{\phi - \phi^0}{\Delta t} = F(\phi) \quad (3.12)$$

Qui la linearizzazione dell'equazione è di tipo implicito in quanto il secondo membro viene calcolato all'istante attuale e quindi oltre alla ϕ valutata nel nodo in esame, esistono altre incognite, tutte le ϕ dei nodi vicini. In questo modo ciascuna incognita può comparire in più di un'equazione (in più di un volume) del sistema e quindi queste equazioni devono essere risolte contemporaneamente.

I termini convettivi presenti nelle equazioni di bilancio vengono discretizzati come

$$\int_s (\rho u \phi) \hat{i} \cdot \hat{n} dA = F_e \phi_e - F_w \phi_w \quad (3.13)$$

$$\int_s (\rho v \phi) \hat{j} \cdot \hat{n} dA = F_n \phi_n - F_s \phi_s \quad (3.14)$$

dove i flussi convettivi valgono:

$$F_w = (\rho u)_w \Delta y_p \quad F_e = (\rho u)_e \Delta y_p \quad F_s = (\rho v)_s \Delta x_p \quad F_n = (\rho v)_n \Delta x_p \quad (3.15)$$

Per calcolare i termini convettivi risulta necessario conoscere il valore assunto dalla variabile ϕ sulle facce del volume di controllo in termini di valori di ϕ valutati nei centri dei volumi di controllo. Possono essere ottenuti differenti schemi numerici a seconda di come la variabile ϕ viene valutata sul contorno del volume di controllo.

Con lo schema *upwind* del primo ordine, il valore di ϕ sulla periferia di ogni volume di controllo è stimato usando il valore nodale più vicino che viene visto dal nodo P sopravento. Con tale schema al valore di ϕ_e è assegnato il valore di ϕ_p se il flusso convettivo F_e è positivo, mentre è assegnato il valore ϕ_E se F_e è negativo. Questo può essere riassunto come:

$$F_e \phi_e = \| F_e, 0 \| \phi_p - \| -F_e, 0 \| \phi_E \quad (3.16)$$

dove l'operatore $\| a, b \|$ restituisce il valore più grande tra a e b.

Oltre allo schema *upwind*, esistono anche altri schemi del primo ordine per l'interpolazione della variabile ϕ sulla frontiera dei volumi di controllo tra questi si cita lo *schema alle differenze centrali*:

$$\phi_e = \frac{\phi_P + \phi_E}{2} \quad (3.17)$$

Lo schema alle differenze centrali pur essendo più accurato dello schema *upwind* non consente di realizzare modelli numerici veloci e stabili. E' per questo motivo che viene usato solo per flussi a bassa velocità mentre per quelli ad alta velocità si usa lo schema *upwind*.

Si cita infine un altro schema abbastanza utilizzato e che ricade tra quelli del secondo ordine, lo schema QUICK (Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinematics), questo schema effettua una interpolazione quadratica tra due nodi vicini che si trovano sopravento ed un nodo sottovento. Confrontato con lo schema *upwind* del primo ordine lo schema QUICK assume un profilo di forma parabolica per eseguire la procedura di interpolazione alla base della valutazione dei flussi convettivi.

I termini diffusivi vengono discretizzati come:

$$\int_s \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \hat{i} \cdot \hat{n} dA = D_{\phi,e}(\phi_E - \phi_P) - D_{\phi,w}(\phi_P - \phi_W) \quad (3.18)$$

$$\int_s \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \hat{j} \cdot \hat{n} dA = D_{\phi,n}(\phi_N - \phi_P) - D_{\phi,s}(\phi_P - \phi_S) \quad (3.19)$$

dove i flussi diffusivi sono:

$$D_{\phi,e} = \Gamma_{\phi,e} \frac{\Delta y_P}{\delta x_e} \quad D_{\phi,w} = \Gamma_{\phi,w} \frac{\Delta y_P}{\delta x_w} \quad (3.20)$$

$$D_{\phi,n} = \Gamma_{\phi,n} \frac{\Delta x_P}{\delta y_n} \quad D_{\phi,s} = \Gamma_{\phi,s} \frac{\Delta x_P}{\delta y_s} \quad (3.21)$$

$$\Gamma_{\phi,e} = \left[\frac{\lambda_{e,P}}{\Gamma_{\phi,P}} + \frac{1 - \lambda_{e,P}}{\Gamma_{\phi,E}} \right]^{-1} \quad \Gamma_{\phi,n} = \left[\frac{\lambda_{n,P}}{\Gamma_{\phi,P}} + \frac{1 - \lambda_{n,P}}{\Gamma_{\phi,N}} \right]^{-1} \quad (3.22)$$

e dove i fattori di interpolazione lineare sono definiti come nel seguente esempio relativo al caso di $\lambda_{e,P}$:

$$\lambda_{e,P} = \frac{x_e - x_P}{x_E - x_P} \quad (3.23)$$

Infine l'ultimo termine da linearizzare, dell'equazione convezione-diffusione, è il termine sorgente. Questo spesso è funzione della variabile ϕ e delle altre variabili dipendenti, è allora desiderabile sfruttare questa dipendenza nel costruire l'equazione di discretizzazione, al fine di aumentare la velocità di convergenza. Affinchè le equazioni di discretizzazione possano essere risolte con le tecniche di risoluzione delle equazioni algebriche lineari, è possibile tener conto solo della dipendenza lineare tra il termine sorgente e la variabile dipendente ϕ . Questa dipendenza viene espressa nella seguente forma linearizzata:

$$\int_V S_\phi dV = (S_{\phi,C} + S_{\phi,P} \phi_P) \Delta x_p \Delta y_p \quad (3.24)$$

nella quale i valori si $S_{\phi,C}$ e $S_{\phi,P}$ possono dipendere da ϕ .

Un metodo che può essere utilizzato per la linearizzazione è il seguente:

$$S_\phi = S_\phi^* + \left(\frac{\partial S_\phi}{\partial \phi} \right)^* (\phi_P - \phi_P^*) \quad (3.25)$$

dove il simbolo ϕ_P^* è usato per indicare il valore assegnato a ϕ_P o il valore della precedente iterazione esterna di ϕ_P .

Nel caso di discretizzazione del termine transitorio con il metodo implicito e di discretizzazione dei termini correttivi con lo schema upwind, la generica equazione di bilancio generalizzata diventa:

$$a_{\phi,P} = a_{\phi,W}\phi_W + a_{\phi,E}\phi_E + a_{\phi,S}\phi_S + a_{\phi,N}\phi_N + b_{\phi} \quad (3.26)$$

dove i coefficienti che compaiono nell'equazione precedente sono dati da

$$\begin{aligned} a_{\phi,W} &= D_{\phi,w} + \| F_w, 0 \| \\ a_{\phi,E} &= D_{\phi,e} + \| -F_e, 0 \| \\ a_{\phi,S} &= D_{\phi,s} + \| F_s, 0 \| \\ a_{\phi,N} &= D_{\phi,n} + \| -F_n, 0 \| \\ a_{\phi,P}^0 &= \rho_P^0 \Delta x_P \frac{\Delta Y_P}{\Delta t} \\ b_{\phi} &= S_{\phi,C} \Delta x_P \Delta y_P + a_{\phi,P}^0 \phi_P^0 \\ a_{\phi,P} &= a_{\phi,W} + a_{\phi,E} + a_{\phi,S} + a_{\phi,N} + a_{\phi,P}^0 - S_{\phi,P} \Delta x_P \Delta y_P \end{aligned}$$

Risoluzione numerica delle equazioni discretizzate

L'equazione della convezione-diffusione scritta in forma discretizzata è nominalmente un'equazione lineare. In realtà, i coefficienti dell'equazione discretizzata dipendono di solito, dalla variabile dipendente ϕ relativa a quella particolare equazione, ed alcune volte, anche dalle altre variabili dipendenti relative alle restanti equazioni. Per tener conto dei legami esistenti tra le varie equazioni e delle non linearità sono richieste ripetute soluzioni delle forme nominalmente lineari. Esistono due diversi modi per risolvere questo gruppo di equazioni:

- Soluzione sequenziale
- Soluzione simultanea

Nel primo metodo di risoluzione, le equazioni discretizzate vengono risolte sequenzialmente. Ciascuna equazione viene trattata come se in essa fosse presente una sola variabile incognita (quella primaria), considerando le altre variabili conosciute, o meglio, ipotizzandole tali usando la migliore stima possibile per esse. Dato che si ha che fare con sistemi di equazioni troppo grandi da poter essere risolti mediante metodo diretto, ogni equazione viene generalmente risolta mediante un metodo iterativo. Le iterazioni eseguite al fine di ottenere la convergenza della singola equazione sono dette *iterazioni*

interne. Per una data equazione i coefficienti ed il termine di sorgente dipendono dalle altre variabili, quindi una volta risolte sequenzialmente le singole equazioni di bilancio è necessario ripetere il ciclo e cioè sono necessarie *iterazioni esterne*, al fine di ottenere la convergenza contemporanea di tutte le equazioni.

Per ottenere un algoritmo che dia convergenza può, in alcuni casi, essere necessario limitare la variazione di una o più variabili tra un iterazione esterna ed un'altra, mediante la tecnica del *sottorilassamento*.

Con il metodo della soluzione simultanea tutte le equazioni discretizzate sono considerate parte di un grande sistema e sono risolte simultaneamente.

Indipendentemente dal tipo di soluzione adottata, il problema discretizzato risulta nella risoluzione di un grande sistema di equazioni del tipo:

$$\underline{\underline{A}}\underline{\phi} = \underline{b} \quad (3.27)$$

dove $\underline{\underline{A}}$ è la matrice dei coefficienti, \underline{b} è il vettore dei termini noti e $\underline{\phi}$ è il vettore delle incognite. Il metodo iterativo produce una sequenza di vettori $\underline{\phi}^i$ convergenti al vettore $\underline{\phi}$, soluzione del sistema reale ottenuti come:

$$\underline{\phi}^i = \underline{\underline{C}}\underline{\phi}^{i-1} + \underline{d} \quad (3.28)$$

in cui $\underline{\underline{C}}$ è la matrice di iterazione e \underline{d} è un opportuno vettore.

I numerosi metodi iterativi attualmente disponibili per la soluzione delle equazioni discretizzate possono essere raggruppati in due categorie: quella dei *metodi stazionari*, nei quali la matrice di iterazione $\underline{\underline{C}}$ ed il vettore \underline{d} rimangono gli stessi attraverso le iterazioni interne e quella dei *metodi non stazionari*, nei quali le operazioni coinvolgono azioni che modificano sia la matrice $\underline{\underline{C}}$ che il vettore \underline{d} , ad ogni iterazione.

Si può infine concludere questa breve introduzione sull'analisi CFD riepilogando brevemente quali sono i passaggi logici fondamentali del metodo di simulazione. Partendo da una scelta opportuna del modello da utilizzare (bidimensionale, tridimensionale, stazionario, non stazionario); si suddivide il dominio di calcolo opportunamente creato, in sottodomini o volumetti di controllo; si scelgono le appropriate condizioni al contorno che permettono di ottenere la soluzione del problema in esame; si procede alla discretizzazione delle equazioni, scegliendo le tecniche che più si addicono allo studio in oggetto; si sceglie il metodo risolutivo più appropriato; si ricerca la soluzione del sistema di equazioni discretizzate ottenute.

3.2 Scelta della geometria CFD

L'analisi CFD relativa all'iniettore ha lo scopo di prevedere il suo comportamento una volta definite le sue condizioni operative e quindi in particolare: pressione, temperatura fluido motore p_m, T_m , pressione, temperatura fluido aspirato p_{as}, T_{as} e pressione di mandata p_{man} .

Analizzando la forma dell'iniettore si nota come il suo corpo sia prevalentemente cilindrico e allungato, ad eccezione delle zone di immissione dei fluidi dove sono presenti i relativi condotti motore e aspirazione (vedi figura 3.6). La presenza di questi elementi non permette di avere una simmetria

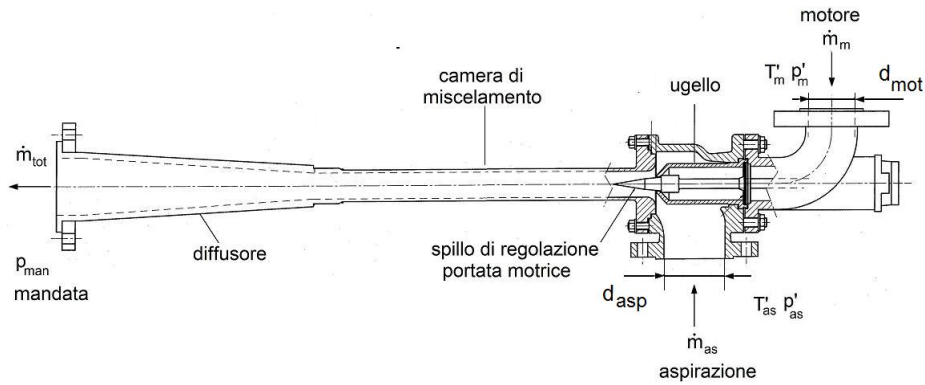


Figura 3.6: Iniettore.

cilindrica. Questo comporta, a prima vista, la necessità di uno studio di tipo tridimensionale e quindi una modellazione 3D della macchina, per avere un'ottima corrispondenza modello-realtà da simulare. Considerando però, solo le parti che hanno una simmetria cilindrica rispetto all'asse della camera di miscelamento, si nota come tutti gli elementi caratterizzanti l'iniettore: camera di miscelamento, ugello con spillo di regolazione per il flusso del fluido motore, tratto convergente di immissione in camera di miscelamento per il fluido aspirato, siano compresi all'interno di questa zona.

Si sceglie quindi di realizzare un modello bidimensionale sfruttando la simmetria cilindrica e omettendo di considerare nel modello, le parti curve dei condotti. Si preferisce perdere un po' di corrispondenza modello-realtà a fronte di una semplificazione notevole nell'analisi.

A sostegno di questa scelta può essere fatta la seguente considerazione. I condotti che rimangono al di fuori della zona caratterizzata dalla simmetria cilindrica hanno dimensioni abbastanza elevate, se paragonate alle sezioni di passaggio dei fluidi in altre parti dell'iniettore. Questi saranno, quindi, caratterizzati da velocità di attraversamento minori rispetto a quelle, che per esempio, entrano in gioco nella camera di miscelamento. Le eventuali

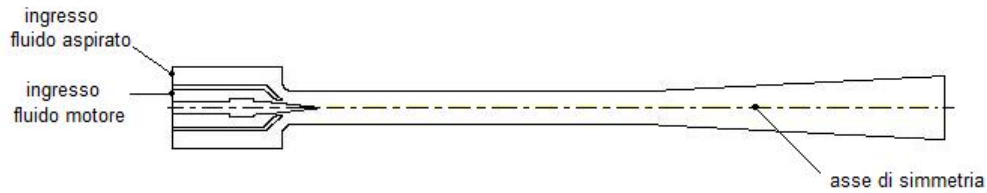


Figura 3.7: Geometria modello CFD dell'iniettore.

perdite di energia meccanica dovuta alla presenza delle pareti dei condotti e alle loro forme, probabilmente, giocheranno un peso minore rispetto a quelle che caratterizzano le parti comprese nel modello, come ad esempio l'ugello con il relativo spillo.

Come dimensione del diametro del condotto di ingresso del fluido aspirato, si sceglie di utilizzare un diametro d_{asp} (vedi figura 3.8) tale da dare la stessa sezione del condotto reale dell'iniettore. Questo, per avere un ulteriore elemento di uguaglianza tra la geometria del modello e quella dell'iniettore reale.

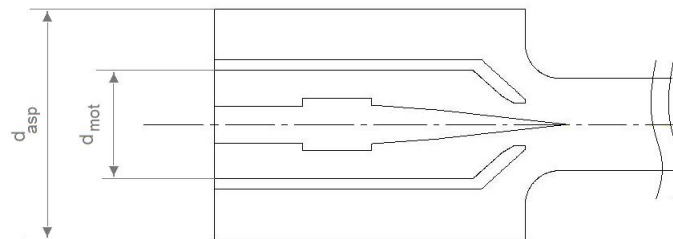


Figura 3.8: Particolare del primo tratto della geometria del modello.

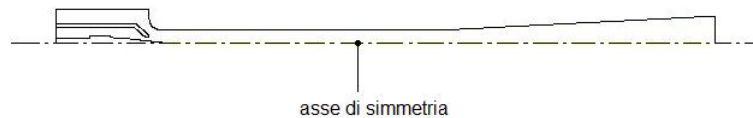


Figura 3.9: Geometria del modello con semplificazione dovuta alla simmetria assiale.

3.3 Modellazione dell'iniettore

Come detto in precedenza per la realizzazione del modello occorre un pre-processor che sia in grado di realizzare la creazione del dominio e la mesh. Si utilizza il software commerciale Gambit. Come Solver o solutore viene impiegato invece il software Fluent. Il pre-processor impiegato è strettamente integrato con Fluent, nel senso che Fluent può importare mesh anche da pacchetti CAD esterni, ma questa operazione richiede operazioni intermedie di conversione non prive di errori, mentre con Gambit è possibile esportare direttamente la mesh in Fluent.

Gambit dà la possibilità di realizzare direttamente la geometria del modello, oppure può essere importata da altri software. Nel caso dell'iniettore si preferisce, nonostante la semplice forma della geometria, impiegare il software Autocad per la creazione delle linee rappresentanti il modello e successivamente importare il file prodotto, nel software di pre-processing. Per poter importare da Autocad in Gambit si impiega l'estensione .sat.

Sfruttando la simmetria dell'iniettore è necessario posizionare opportunamente le coordinate spaziali. Queste devono essere piazzate sull'asse e per comodità si sceglie di posizionarle nell'estremità sinistra di questo, come si può vedere in figura 3.10.

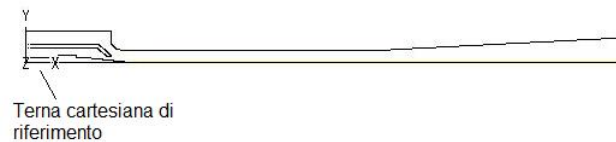


Figura 3.10: Posizionamento del sistema di riferimento.

Per la creazione di una mesh che sia il più possibile regolare, si procede alla suddivisione della geometria in una serie di aree ausiliarie, che facilitino questa operazione (vedi figura 3.11). Si sceglie di utilizzare elementi di tipo *map* che sono elementi rettangolari. La mesh viene realizzata cercando di ottenere dimensioni degli elementi più uniformi possibili, in modo da non creare brusche variazioni. Inoltre, per ottenere una precisione adeguata, come spiegato successivamente nel capitolo 3.4.4, sulle pareti dell'iniettore si infittisce la mesh nelle zone di contatto tra fluido e condotto (vedi figura 3.12).

Una volta creata la mesh, si procede, sempre in ambiente Gambit, all'impostazione di quelle che sono le tipologie di condizioni al contorno. La giustificazione delle condizioni al contorno utilizzate per la risoluzione del

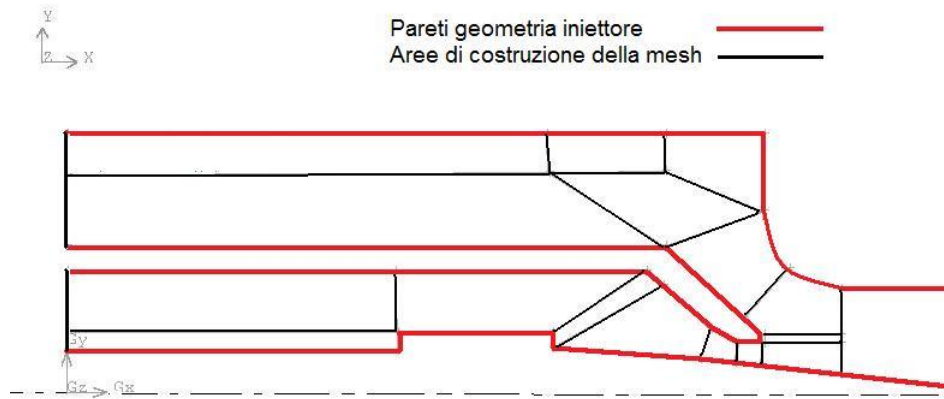


Figura 3.11: Particolare delle aree di costruzione della mesh nel tratto iniziale dell'iniettore.

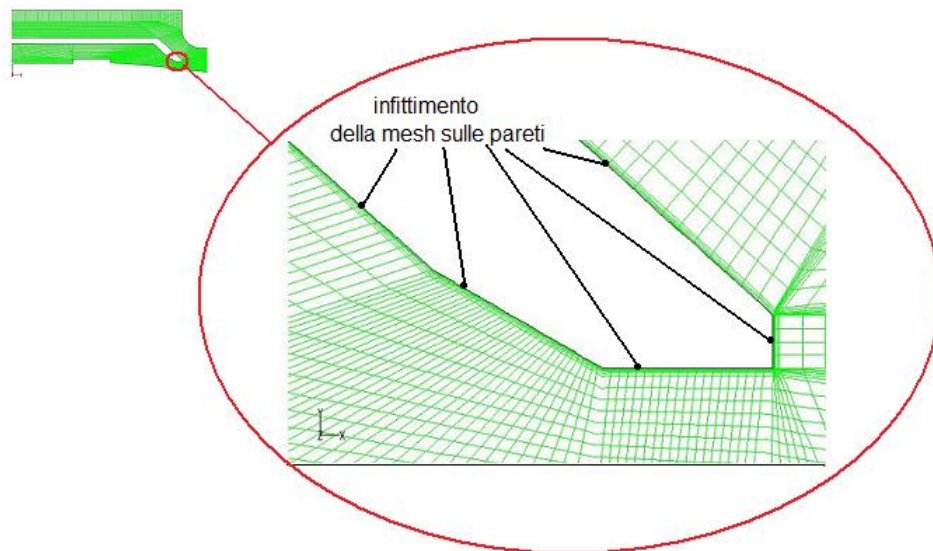


Figura 3.12: Particolare dell'infittimento della mesh sulle pareti.

problema dell'iniettore, viene data e discussa successivamente, qui ci si limita ad esporre quali vengono impiegate e dove sono posizionate nella geometria del modello. Si utilizzano le seguenti condizioni al contorno:

- Ingresso fluido aspirato
Tipologia *Pressure-Inlet*
- Ingresso fluido motore
Tipologia *Pressure-Inlet*
- Superficie di mandata
Tipologia *Pressure-outlet*
- Pareti iniettore
Tipologia *Wall*
- Asse di simmetria
Tipologia *Axis*

e sono posizionate sulla geometria del modello dell'iniettore come indicato in figura 3.13. Occorre infine, definire le caratteristiche della mesh generata

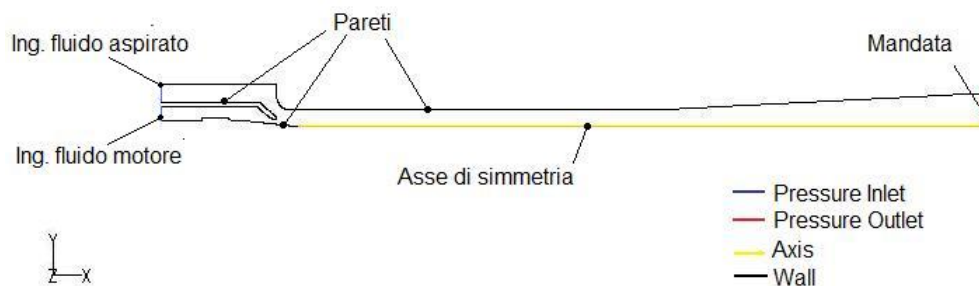


Figura 3.13: Posizione e tipologie di condizioni al contorno.

specificando che l'interno della geometria corrisponde al fluido.

Una volta terminata la creazione della mesh e delle condizioni al contorno si esporta il file nel formato .msh, che Fluent è in grado di importare.

Si è così conclusa la fase di pre-processing.

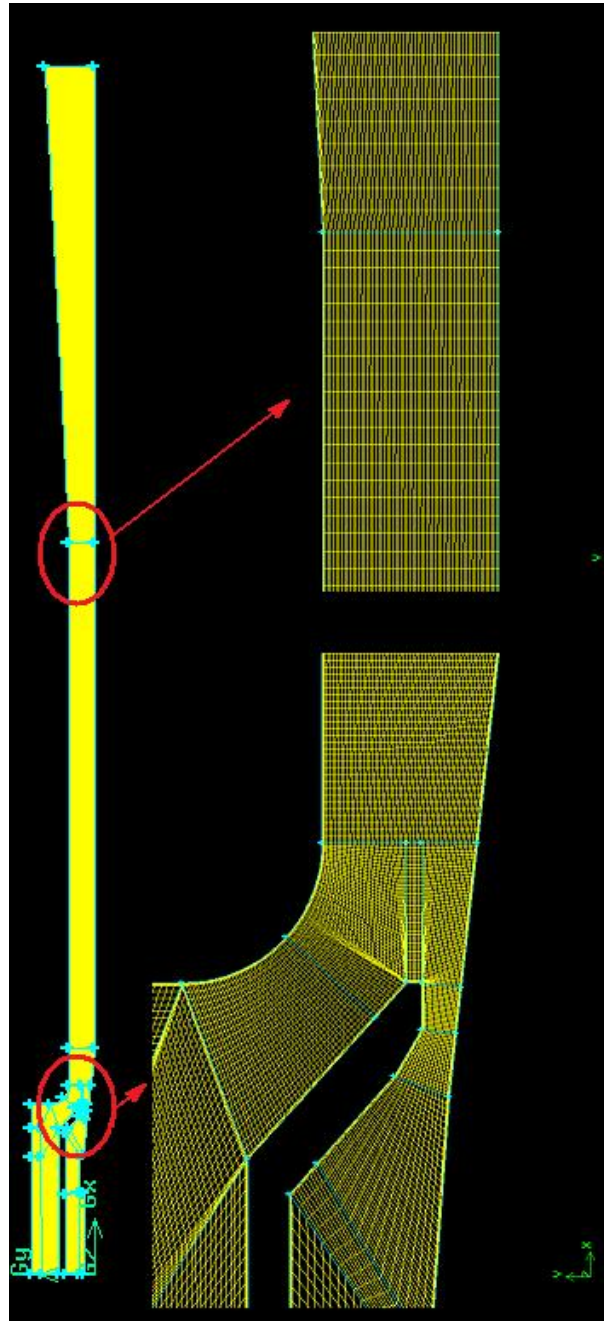


Figura 3.14: Mesh dell'iniettore.

3.4 Impostazioni Fluent

Occorre soffermare ora l'attenzione sul tipo di problema di cui si vuole ottenere la soluzione tramite l'analisi CFD. Si è in presenza di un problema di flusso che coinvolge dei fluidi comprimibili che presumibilmente raggiungono velocità elevate.

Gli effetti della comprimibilità dei fluidi si incontrano in flussi con elevata velocità e/o in presenza di brusche variazioni di pressione. Quando la velocità di un flusso raggiunge o supera la velocità del suono o quando la pressione subisce forti variazioni, il cambiamento della densità del gas ha un significativo impatto sulla velocità del flusso, sulla pressione e sulla temperatura. I flussi comprimibili sono descritti dalle normali equazioni di bilancio per la massa e la quantità di moto, risolte dal solutore Fluent e non si necessita di attivare particolari modelli fisici per la loro descrizione. Occorre però, far impiegare al Solver anche l'equazione dell'energia che introduce il collegamento tra la velocità del flusso e la temperatura. Il software tratta la variazione della densità secondo la legge dei gas ideali:

$$\rho = \frac{p}{\frac{R}{M_w} T} \quad (3.29)$$

dove p è la pressione, R è la costante universale dei gas, M_w è il peso molecolare e T la temperatura, che viene ottenuta da Fluent proprio grazie all'equazione dell'energia.

3.4.1 Condizioni al Contorno

Per quanto riguarda quelle che sono le condizioni al contorno (Boundary conditions) Fluent, per i fluidi comprimibili impiega le seguenti tipologie di condizioni sugli ingressi:

- *Pressure inlet*: che corrisponde all'inserimento della pressione totale o di ristagno e alla temperatura totale o di ristagno per i flussi subsonici, e alla pressione statica per i flussi supersonici.
- *Mass flow inlet*: che corrisponde all'inserimento della portata in massa in ingresso e della temperatura totale.

ed invece per le condizioni sulle uscite:

- *Pressure outlet*: che corrisponde all'inserimento della pressione statica, la quale viene ignorata se si raggiungono in uscita le velocità del suono.

Nel caso dell'iniettore, le portate in gioco sono quelle che si vogliono stimare con l'analisi e quindi si sceglie di impiegare come condizioni al contorno per gli ingressi di fluido, sia motore che aspirato, la boundary Pressure Inlet. Per la mandata invece si impiega la Pressure Outlet.

Per impostare correttamente le condizioni al contorno in cui dovranno essere specificate le pressioni statiche o totali, ci si sofferma su come Fluent tratta questo tipo di grandezze. Un valore di pressione assoluta p_{abs} , viene considerato da Fluent come la somma di due differenti pressioni:

$$p_{abs} = p_{op} + p_{guess} \quad (3.30)$$

dove

- p_{op} , è la *Operating Pressure* in pratica è una pressione di riferimento che deve essere impostata e la cui scelta è da fare in base ad una serie di considerazioni, in quanto condiziona in vario modo la simulazione
- p_{guess} è la *Pressione Relativa*, che ovviamente è relativa rispetto alla Operating Pressure utilizzata

Tutti i dati relativi alla pressione in Fluent devono essere inseriti in termini di pressione relativa o p_{guess} . La Operating Pressure, pressione di lavoro o pressione di riferimento ha un'importanza per esempio nei flussi comprimibili con basse velocità. Infatti per $M \ll 1$, le variazioni di pressione possono essere messe in relazione con il termine dinamico $\frac{1}{2}k\rho M^2$, dove k è il rapporto tra i calori specifici, p è la pressione statica ed M è il numero di Mach. Si ottiene quindi che $\frac{\Delta p}{p} \sim M^2$ e se le variazioni di pressione sono piccole in relazione alla pressione assoluta si ha $\frac{\Delta p}{p} \rightarrow 0$ anche $M \rightarrow 0$. Perciò, se non si considera questo tramite un'opportuna scelta della pressione di riferimento, i flussi caratterizzati da bassi numeri di Mach possono essere fortemente influenzati dagli errori di approssimazione che si hanno nei calcoli. Questa problematica è meno sentita nei flussi caratterizzati da forti velocità (alti numeri di Mach) in quanto i cambiamenti di pressione sono più grandi rispetto a quelli con basso numero di Mach e quindi si risente meno degli errori di approssimazione. Una buona regola per la scelta della Operating Pressure adeguata è la seguente. impostare un valore pari alla media delle pressioni assolute che entrano in gioco nei flussi (vedi anche la tabella rappresentata in figura 3.15).

Le altre condizioni al contorno che vengono utilizzate sono *Axis*, che serve per individuare l'asse di simmetria impiegato nella simulazione e *Wall*, che permette di definire quali sono le pareti dei condotti. Per quanto riguarda quest'ultima condizione si sceglie di lasciare quelle che sono le condizioni di default impostate da Fluent:

| Density Relationship | Mach Number Regime | Operating Pressure |
|---------------------------------|--------------------|-----------------------------------|
| Ideal Gas Law | $M > 0.1$ | 0 or \approx Mean Flow Pressure |
| | $M < 0.1$ | \approx Mean Flow Pressure |
| Profile Function of Temperature | Incompressible | not used |
| Constant | Incompressible | not used |
| Incompressible Ideal Gas Law | Incompressible | \approx Mean Flow Pressure |

Figura 3.15: Operating Pressure consigliata dal Manuale di Fluent.

- Parete senza scambio di calore. Questa condizione concorda con il fatto di considerare i processi di tipo adiabatici.
- Parete fissa. I condotti dell'iniettore sono infatti fissi nel tempo.
- Condizione di no-slip alla parete.
- Parete liscia. Si sceglie di non considerare quegli che sono gli effetti della rugosità, seguendo una logica di semplificazione del modello.

3.4.2 Proprietà del fluido

Il vapore utilizzato nell'iniettore viene modellato come un gas ideale con calore specifico a pressione costante e viscosità costanti ed i valori relativi a queste ed alle altre proprietà, utilizzati sono elencati in tabella ??.

| | |
|--|--|
| Fluido | VAPOR D'ACQUA |
| Densità $\frac{kg}{m^3}$ | GAS IDEALE |
| Cp $\frac{kJ}{kg K}$ | 2.014 - <i>costante</i> |
| Viscosità $\frac{kg}{m s}$ | $1.34 \cdot 10^{-5}$ - <i>costante</i> |
| Peso Molecolare $\frac{kg}{kgmole}$ | 18.015 |

Tabella 3.1: Proprietà del fluido.

3.4.3 Impostazioni del Solver

Come già detto in 3.1.3, per la risoluzione del sistema possono essere utilizzati due differenti metodi risolutivi: sequenziale, simultaneo. In Fluent questi corrispondono rispettivamente a due tipi differenti di Solver:

- Segregated

- Coupled

Per il Segregated Solver il processo iterativo funziona nel seguente modo:

- Aggiornamento delle variabili in base alla soluzione ottenuta al passo precedente o se in fase iniziale, in base alle condizioni al contorno.
- Risoluzione delle equazioni della quantità di moto separatamente e ottenimento delle tre componenti di velocità u, v, w .
- Quando le velocità determinate al passo precedente non soddisfano l'equazione di continuità viene attivata la correzione sulle pressione che consiste in una risoluzione di un'equazione derivata da quella di bilancio della massa e della quantità di moto, in modo che sia ottenuta la necessaria corrispondenza tra i campi di pressione velocità e i flussi di massa.
- Quando utilizzate, risoluzione delle equazioni scalari: energia, turbolenza, specie chimiche ecc.
- Verifica di convergenza

Lo schema sopradetto è visibile anche in figura 3.16. Il Coupled Solver funziona invece secondo il seguente schema:

- Aggiornamento delle variabili in base alla soluzione ottenuta al passo precedente o se in fase iniziale, in base alle condizioni al contorno.
- Risoluzione simultanea delle equazioni bilancio di massa, bilancio di quantità di moto, energia.
- Dove previste, soluzione delle altre equazioni scalari come quella relativa alla turbolenza.
- Verifica della convergenza

Questo ciclo è visibile anche in figura 3.17. In entrambi i Solver le equazioni di governo non lineari discretizzate, devono essere linearizzate per produrre un sistema di equazioni per ogni variabile dipendente in ogni cella del dominio.

I metodi di linearizzazione possono essere *impliciti* o *espliciti* rispetto alle rispettive variabili dipendenti. Per impliciti si intende che per una data variabile, il valore incognito in ogni cella è approssimato utilizzando una relazione che include valori noti e non, delle celle vicine. Perciò, ogni incognita appare in più di una equazione e queste dovranno essere risolte simultaneamente per

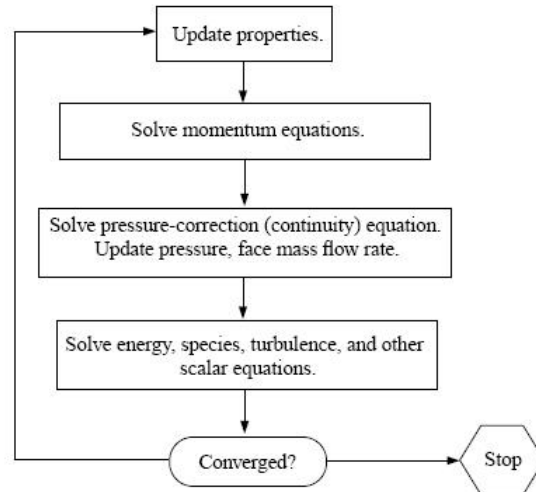


Figura 3.16: Schema di funzionamento del Segregated Solver.

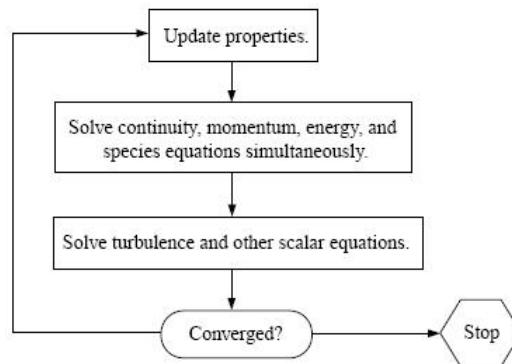


Figura 3.17: Schema di funzionamento del Coupled Solver.

ottenere il loro valore.

Con una linearizzazione di tipo esplicito ogni variabile incognita in ogni cella viene calcolata utilizzando esclusivamente variabili note. Quindi un' incognita compare una sola volta in una singola equazione e può essere ottenuta risolvendo l'equazione singolarmente. Nel Segregated solver il metodo di linearizzazione impiegato è solamente quello implicito, mentre nel Coupled c'è la possibilità di scegliere tra le due tipologie.

Entrambi i due tipi di solver forniscono buoni risultati per un largo campo di problemi di flusso di fluidi, ma in alcuni casi una formulazione è migliore dell'altra. Il solver sequenziale tradizionalmente è utilizzato nei flussi di fluidi incomprimibili o in cui gli effetti della comprimibilità sono non molto rilevanti. Il solver simultaneo invece è stato sviluppato proprio per lo studio dei flussi comprimibili caratterizzati da elevate velocità, infatti nell'analisi di questi problemi funziona in modo migliore dell'altro arrivando più velocemente ad ottenere la soluzione.

Il solver Segregated ricopre svariati modelli fisici che non sono analizzabili con il solver Coupled e fra questi vi sono:

- Modelli per la cavitazione
- Modelli di miscele multifase
- Modelli per gli NO_x .

In base a quanto detto, per l'analisi dell'iniettore si sceglie di impiegare il Solver Coupled, in quanto si è in presenza di flussi comprimibili caratterizzati da alte velocità ed in particolare si utilizza il metodo di risoluzione implicito, che a fronte di una maggior spesa in termini di memoria del computer impiegata, può raggiungere la soluzione in tempi inferiori rispetto a quello esplicito.

Un altro aspetto delle impostazioni legato al solver è la scelta della tipologia di metodo di discretizzazione delle equazioni impiegabile. Il Coupled permette di scegliere tra le seguenti tipologie:

- First order upwind scheme
- Second order upwind scheme

Si sceglie di utilizzare il primo tipo che nonostante generalmente dia risultati meno precisi di quello del secondo ordine, porta più facilmente alla convergenza della soluzione.

In conclusione, ricordando che del problema dell'iniettore si vuole determinare la soluzione a regime e quindi non si considera il termine transitorio

delle equazioni di governo.

Le impostazioni relative al solver sono riassunte nella tabella 3.2.

| | |
|-----------------------------------|--------------------|
| Tipologia Solver | COUPLED |
| Metodo di linearizzazione | IMPLICITO |
| Metodo di discretizzazione | FIRST ORDER UPWIND |
| Tempo varianza | STEADY |

Tabella 3.2: Impostazioni del solver.

3.4.4 Modellazione della turbolenza

L'iniettore è sicuramente caratterizzato da un flusso di tipo turbolento almeno nelle sue parti di maggior interesse, come la camera di miscelamento dove avviene il processo di trasferimento di energia tra i due flussi. E' quindi importante tener conto di questo, utilizzando un adeguato modello di turbolenza. Per assolvere a questo compito, vi sono diversi metodi che possono essere raggruppati in base al tipo di approccio teorico utilizzato:

- **Metodi di integrazione diretta delle equazioni di governo (DNS)**
Questa tipologia di analisi procede direttamente alla integrazione numerica delle equazioni di governo. Questo permette di ottenere dati molto dettagliati, ma per ottenere una soluzione accurata bisogna risolvere il problema a tutte le scale di lunghezza e tempi caratterizzanti il fenomeno della turbolenza. Questo comporta un gravoso compito computazionale (dimensione elevata del sistema), che causa lo scarso impiego in ambito di applicazioni eseguibili dai software commerciali.
- **Large eddy simulation (LES)** Si risolvono le equazioni del flusso solo alle scale di lunghezza e tempo dei grandi vortici (large eddies) che interagiscono significativamente con il moto medio. Per le scale più piccole, dove la turbolenza ha caratteristiche maggiormente universali si usano modelli costitutivi aggiuntivi. Queste tecniche richiedono l'impiego di adeguate procedure di filtraggio per separare le grandi scale dalle piccole.
- **Metodi RANS** (Reynolds-averaged Navier-Stokes): Questi metodi sono basati sulle medie di Reynolds e i relativi modelli.

Fluent permette di impiegare le ultime due tipologie di metodi (LES RANS). Tra queste due, i metodi LES sono quelli che richiedono un carico di lavoro

di calcolo maggiore a fronte di una miglior precisione. Per questo motivo e per una maggior semplicità di impiego si sceglie di utilizzare un modello di turbolenza basato sul metodo delle medie di Reynolds.

Il metodo delle medie di Reynolds si basa sulle seguenti considerazioni. Nel moto turbolento le variabili locali fluttuano nel tempo con una frequenza molto alta attorno ad un valore medio che invece è caratterizzato da variazioni di frequenza molto inferiore. Supponendo che il periodo delle oscillazioni turbolente T_t sia molto inferiore ai tempi caratteristici di evoluzione del sistema T_s , è possibile decomporre la variabile generica ϕ in due componenti: una media $\bar{\phi}$ ed una fluttuante ϕ' ed ottenere:

$$\phi(t) = \bar{\phi}(t) + \phi'(t) \quad (3.31)$$

dove il valore medio è dato da

$$\bar{\phi}(t) = \frac{1}{\Delta t} \int_{t-\Delta t/2}^{t+\Delta t/2} \phi dt \quad \text{con } T_t \ll \Delta t \ll T_s$$

ed il valore del termine fluttuante è caratterizzato da avere la seguente proprietà

$$\int_{t-\Delta t/2}^{t+\Delta t/2} \phi' dt = 0.$$

Partendo dalla formulazione generale dell'equazione locale di bilancio

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho c) + \text{div}(\rho \underline{c} \underline{v}) = \text{div} \underline{J} + \rho \Phi \quad (3.32)$$

sostituendo ai vari termini i valori medi, inserendo le variabili espresse come somma dei due termini, medio e fluttuante, e ricordando che $T_t \ll \Delta t \ll T_s$, si può arrivare ad ottenere

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \bar{c}) + \text{div}(\rho \bar{c} \bar{\underline{v}}) = \text{div} \bar{\underline{J}} + \rho \bar{\Phi} - \text{div}(\rho \overline{c' \underline{v}'}) \quad (3.33)$$

è quindi comparso il termine aggiuntivo rappresentante il trasporto delle quantità c da parete delle fluttuazioni turbolente di velocità. Questo si traduce ad avere una variazione nelle equazioni della quantità di moto e dell'energia che scritte per un fluido incompressibile possono essere formulate nel seguente modo:

$$\rho \frac{\partial \bar{\underline{v}}}{\partial t} + \rho \bar{\underline{v}} \cdot \text{grad} \bar{\underline{v}} = \text{div} \left(\bar{\underline{T}} - \rho \overline{\underline{v}' \underline{v}'} \right) - \text{grad} \bar{p} + \rho \bar{\underline{f}'} \quad (3.34)$$

$$\rho \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \rho \bar{\underline{v}} \cdot \text{grad} \bar{u} = \text{div}(-\bar{\underline{q}''} - \overline{u' \underline{v}'}) + \bar{q}''' + \phi \quad (3.35)$$

Nell'equazione della quantità di moto è comparso il termine $\overline{\rho v' v'}$, che può essere considerato come una componente aggiuntiva del tensore deviatorico della tensione \underline{T} , detta tensione di Reynolds:

$$\tau_{ij} = \tau_{ij,lam} + \tau_{ij,tur} \quad \tau_{ij,tur} = -\overline{\rho v' v'}$$

per un fluido newtoniano può essere usata allora la seguente espressione (Boussinesq 1887)

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) - \overline{\rho v' v'} = (\mu + \rho \varepsilon_{Mij}) \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.36)$$

dove

$$\varepsilon_{Mij} = \frac{-\overline{v'_i v'_j}}{\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i}} \quad (3.37)$$

è detta *viscosità turbolenta* (eddy viscosity). Questa proprietà, che ha la forma di un tensore, non è però dipendente dalle proprietà del fluido ma dipende dal suo moto.

In modo simile si ottiene per l'equazione di bilancio dell'energia, una diffusività termica turbolenta

$$\varepsilon_H = \frac{\rho c_p |\overline{T' v'}|}{|\text{grad } \overline{T}|}. \quad (3.38)$$

Il metodo di Reynolds quindi introduce nelle equazioni dei nuovi termini che esprimono gli elementi di diffusione aggiuntivi introdotti dalla turbolenza nel moto del fluido. I modelli di turbolenza basati su questa metodologia di analisi della turbolenza cercano delle soluzioni per tener conto di questi termini aggiuntivi.

Modello $k - \varepsilon$

E' il modello di turbolenza impiegato per le simulazioni. Ricade nei modelli RANS, è caratterizzato da una discreta semplicità da una buona robustezza, economia di funzionamento e una ragionevole accuratezza che fanno sì che venga utilizzato in molte applicazioni ingegneristiche.

E' un metodo che introduce due nuove equazioni di bilancio per le grandezze *energia cinetica turbolenta* (k) e *rateo di dissipazione viscosa per unità di massa* (ε). Queste grandezze sono rispettivamente definite come

$$k = \frac{1}{2} (\overline{v'^2_x} + \overline{v'^2_y} + \overline{v'^2_z}) \quad (3.39)$$

dove le componenti v'_i sono le componenti fluttuanti delle velocità,

$$\varepsilon = 2\nu_M \sum_{i,j} \overline{d'_{ij} d'_{ij}} \quad \text{dove } d_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.40)$$

L'energia cinetica turbolenta è una misura dell'energia associata alle componenti fluttuanti della velocità. Il rateo di dissipazione viscosa invece è un parametro che tiene in considerazione l'aspetto caratterizzante i flussi turbolenti: il degradamento dell'energia cinetica turbolenta dalle strutture vorticosi più grandi a quelle di dimensioni più piccole, le prime dominate dall'*inerzia* e le seconde dalla *dissipazione viscosa*. Il modello $k - \varepsilon$ introduce quindi due equazioni di bilancio aggiuntive per questi due parametri:

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \text{div}(\rho \bar{v} k) = \text{div} \left(\frac{\mu_M}{\sigma_k} \text{grad } k \right) + 2\mu_M \overline{d'_{ij} d'_{ij}} - \rho \varepsilon \quad (3.41)$$

$$\rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \text{div}(\rho \bar{v} \varepsilon) = \text{div} \left(\frac{\mu_M}{\sigma_\varepsilon} \text{grad } \varepsilon \right) + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} 2\mu_M \overline{d'_{ij} d'_{ij}} - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (3.42)$$

dove $\mu_M = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \overline{d'_{ij} d'_{ij}}$ e $C_\mu = 0.09, \sigma_k = 1.00, \sigma_\varepsilon = 1.30, C_{1\varepsilon} = 1.44, C_{2\varepsilon} = 1.92$. Le costanti introdotte nelle equazione sono introdotte con considerazioni di tipo semiempirico. Da tener presente applicando questo metodo

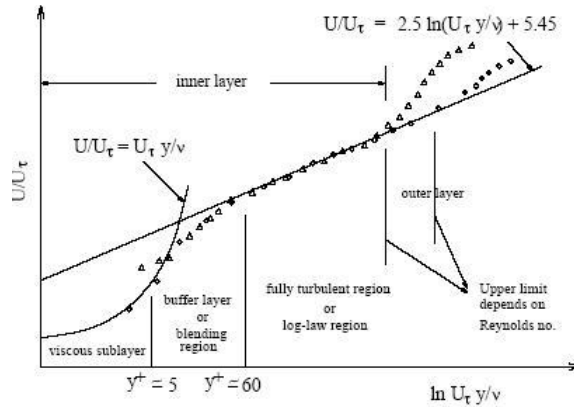


Figura 3.18: Profilo delle velocità nello strato limite turbolento.

di turbolenza è il fatto che nelle zone vicino alla parete, dove il numero di Reynolds della turbolenza è basso si ha un decadimento della capacità di rappresentazione del fenomeno e quindi è necessario usare appositi accorgimenti. Fluent permette di trattare il problema in due diverse maniere. Nel primo gli effetti della viscosità nel substrato laminare e nella zona di transizione (buffer layer) dello strato limite non sono considerati e il modello $k - \varepsilon$ non si applica

a queste zone. Viene invece utilizzata un'espressione semi-empirica chiamata *wall function* che utilizza la forma logaritmica del profilo delle velocità per considerare gli effetti della presenza dello strato limite (determinare la shear velocity). Nell'altro tipo di approccio, il *Near Wall Model Approach*, i modelli della turbolenza vengono modificati per considerare gli effetti viscosi nelle parti di strato limite trascurate dal precedente modello. L'impiego dei due differenti trattamenti alla parete si traduce quindi anche in una differente creazione della mesh. La bontà della mesh può essere considerata riferendosi al parametro adimensionale y^+ che è espresso da:

$$y^+ = \frac{v^*}{\nu} y \quad (3.43)$$

dove $v^* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$ è la *velocità di taglio* (shear velocity) e y è la distanza dalla parete. Praticamente y^+ , che coincide con Re_y è anche un'unità di misurazione della distanza. Le tre regioni che suddividono lo strato limite turbolento possono essere posizionate, nel seguente modo:

- Sottostrato laminare $y^+ < 5$
- Buffer layer $5 < y^+ < 30$
- Core turbolento $30 < y^+ < 500$

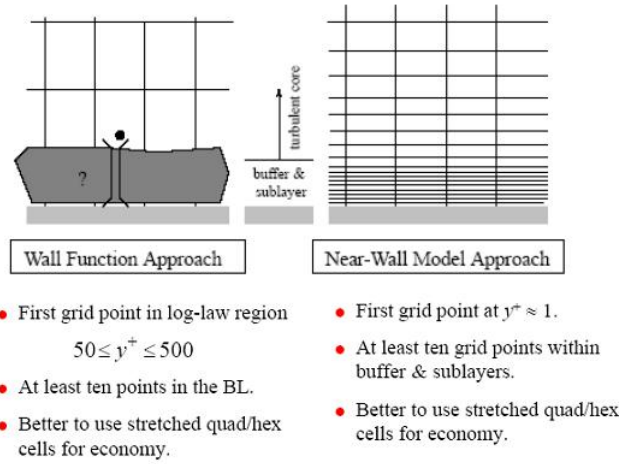


Figura 3.19: Differenza di mesh alla parete per gli le tecniche di modellazione.

Quindi con l'approccio wall function è bene scegliere la coordinata y del primo nodo in modo che il valore di y^+ ricada all'interno della fascia $30 < y^+ < 500$,

come verrà dimostrato in seguito. Per l'altro l'approccio invece la mesh deve essere fitta in modo tale che si rappresenti tutto lo strato limite. Nei flussi caratterizzati da alti numeri di Reynolds dove le azioni viscosi hanno un peso minore il metodo che impiega le wall function ha una buona accuratezza a fronte di un minor costo in termini di calcolo. Cade però in difetto e quindi è preferibile impiegare l'altro metodo, quando gli effetti di un numero di Reynolds basso fanno sì che per una buona accuratezza occorre tener in considerazione tutte le parti caratterizzanti lo strato limite.

La scelta per la modellazione dell'iniettore ricade sull'impiego della *Standard Wall Function*.

3.4.5 Criterio di convergenza

Durante il processo iterativo è necessario tenere sotto controllo la dinamicità di convergenza dell'algoritmo di risoluzione. Ricordando come lavora il metodo per la ricerca della soluzione (equazioni 3.27;3.28), idealmente si interrompono le iterazioni quando l'errore $\underline{e}^i = \underline{\phi}^i - \underline{\phi}$ scende al di sotto di una certa soglia. Questo comporta però delle problematiche nella stima diretta dell'errore \underline{e}^i , per cui si preferisce utilizzare il residuo $\underline{r}^i = \underline{A}\underline{\phi}^i - b$ che è di più facile determinazione. Il residuo e l'errore sono legati dalla seguente relazione:

$$\underline{e}^i = \underline{A}^{-1}\underline{r}^i \quad (3.44)$$

che comporta:

$$\|\underline{e}^i\| \leq \|\underline{A}^{-1}\| \|\underline{r}^i\| \quad (3.45)$$

il criterio di fermata del tipo $\|\underline{e}^i\| \leq \varepsilon$ garantisce che si abbia $\|\underline{e}^i\| \leq \varepsilon \|\underline{A}^{-1}\|$. Si sceglie quindi di utilizzare un valore di $\varepsilon = 10^{-6}$. Per aiutarsi nella verifi-

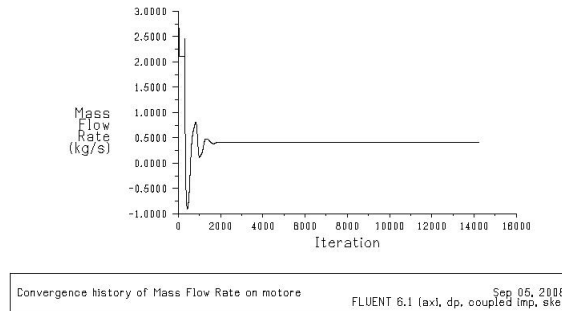


Figura 3.20: Andamento della portata del fluido motore al variare delle iterazioni di calcolo.

ca della convergenza, possono venir impiegati degli strumenti resi disponibili

da Fluent. Infatti c'è la possibilità di monitorare il valore delle portate in ingresso ed in uscita al variare delle iterazioni (vedi figura 3.20). Questo può risultare utile per capire se il sistema sta andando a convergenza oppure no e nel caso converga, ma l'errore sul residuo non sia ancora al valore di arresto, verificare se la soluzione sia comunque sufficientemente accettabile in quanto ci si è stabilizzati su determinati valori delle portate. In più c'è la possibilità di graficare anche gli andamenti del residuo per ottenere informazioni aggiuntive sull'andamento delle iterazioni (figura 3.21).

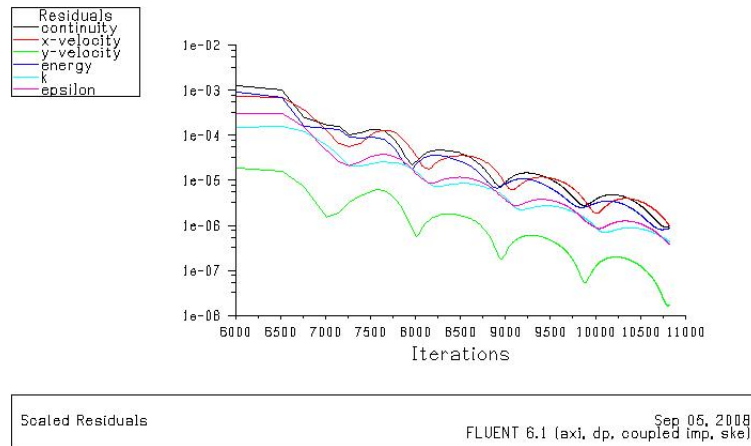


Figura 3.21: Andamento del residuo al variare delle iterazioni.

3.5 Risultati dell'analisi

L'analisi CFD è finalizzata ad ottenere i valori delle portate in gioco, motore ed aspirazione per determinate condizioni di funzionamento: pressioni e temperature ($p_m, T_m, p_{as}, T_{as}, p_{man}$). L'iniettore ha la possibilità di regolare la portata motrice \dot{m}_t , tramite la regolazione della posizione dello spillo, e realizza così una regolazione della portata aspirata \dot{m}_{as} , agendo sulla sezione di gola di passaggio per il vapore primario. Le curve caratterizzanti il comportamento della macchina sono quelle visibili in figura 3.22 e figura 3.23. Per ottenere punti di funzionamento differenti, per stesse condizioni operative di pressione e di temperatura, quindi per spostarsi lungo l'asse x delle curve occorre appunto variare la posizione dello spillo, questo si traduce nella necessità di creare domini di calcolo e quindi mesh differenti. Questo porta a scegliere di riprodurre gli andamenti effettuando un numero limitato di prove ma sufficienti a caratterizzare l'iniettore.

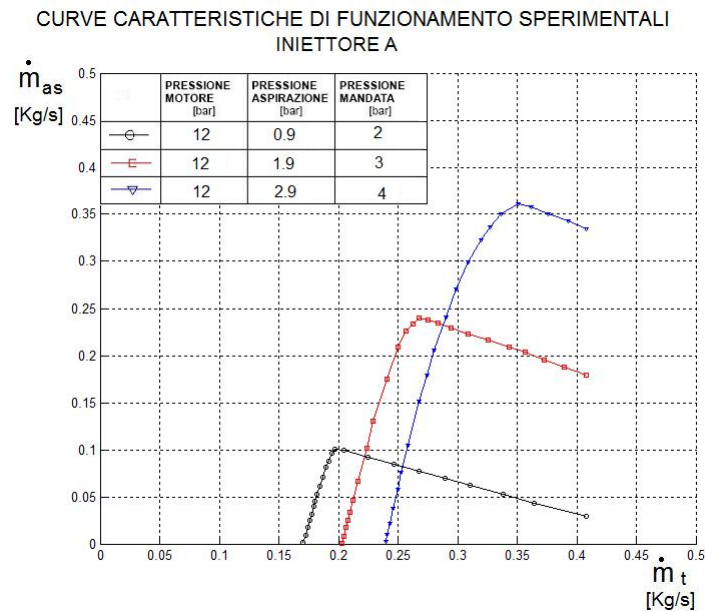


Figura 3.22: Curve di funzionamento dell'Iniettore A. L'asse delle ascisse riporta la portata di fluido motore e quello delle ordinate la portata di fluido aspirato.

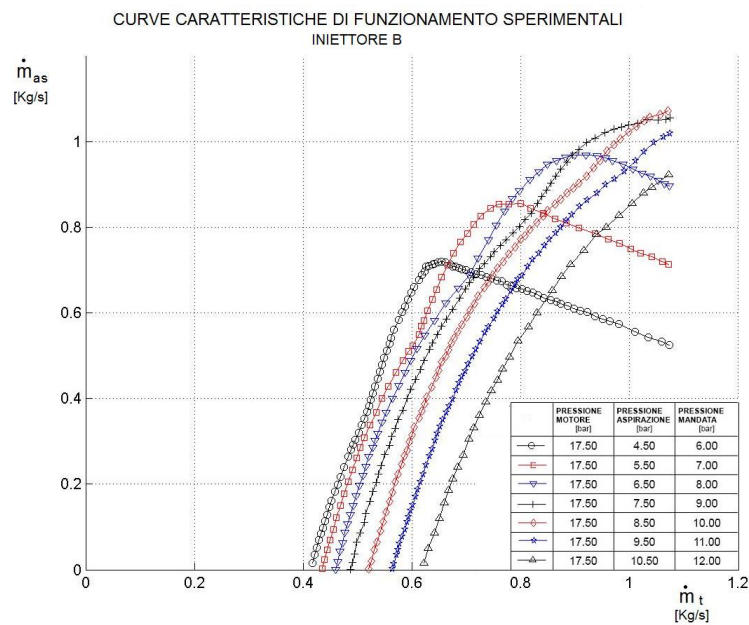


Figura 3.23: Curve di funzionamento dell'Iniettore B. L'asse delle ascisse riporta la portata di fluido motore e quello delle ordinate la portata di fluido aspirato.

Vengono eseguite le simulazioni prendendo in considerazione due differenti macchine di dimensioni non molto differenti tra loro: *Iniettore A* e *Iniettore B*. Per queste si hanno a disposizione i grafici di funzionamento che sono riportati rispettivamente in figura 3.22 e in figura 3.23.

Si cerca di riprodurre gli andamenti per le seguenti condizioni operative:

| | Iniettore A | | | Iniettore B | |
|-------------------------------|--------------------|---------|---------|--------------------|---------|
| Simulazioni | CURVA 1 | CURVA 2 | CURVA 3 | CURVA 1 | CURVA 2 |
| Pressione motore [bar](abs) | 12 | 12 | 12 | 17.5 | 17.5 |
| Pressione aspirato [bar](abs) | 0.9 | 1,9 | 2.9 | 4.5 | 8.5 |
| Pressione mandata [bar](abs) | 2 | 3 | 4 | 6 | 10 |

Tabella 3.3: Condizioni di simulazione.

3.5.1 Soluzione di primo tentativo e miglioramenti

Si esegue la prima simulazione considerando l'Iniettore B, per le condizioni di prova della curva 1 di tabella 3.3.

Con il modello e le impostazioni definite nei precedenti capitoli si esegue una prima iterazione per verificare il raggiungimento di una soluzione e stimarne la bontà.

Si ottiene una prima convergenza della soluzione sui seguenti valori delle portate in gioco:

- Portata vapore motore $\dot{m}_t = 0.6102 \frac{kg}{s}$
- Portata vapore aspirato $\dot{m}_{as} = 0.6442 \frac{kg}{s}$
- Portata totale $\dot{m}_{tot} = 1.2544 \frac{kg}{s}$

La soluzione è arrestata al raggiungimento di un residuo minore di 10^{-6} . L'errore assoluto commesso sulla differenza tra le portate è dell'ordine $1.3 \cdot 10^{-5}$. Una prima verifica da fare è sulla bontà della mesh realizzata. Infatti, come ricordato nel capitolo 3.4.4 relativo al modello di turbolenza impiegato ($k-\varepsilon$), occorre verificare che il valore di y^+ ottenuto con la mesh alla parete dei condotti sia ricompreso all'interno dell'intervallo $30 < y^+ < 300$. Dalla figura 3.24 i valori y^+ sono tutti compresi tra 225-0. In alcuni tratti si è realizzata una mesh eccessivamente precisa, cosa che comunque fa ritenere accettabile

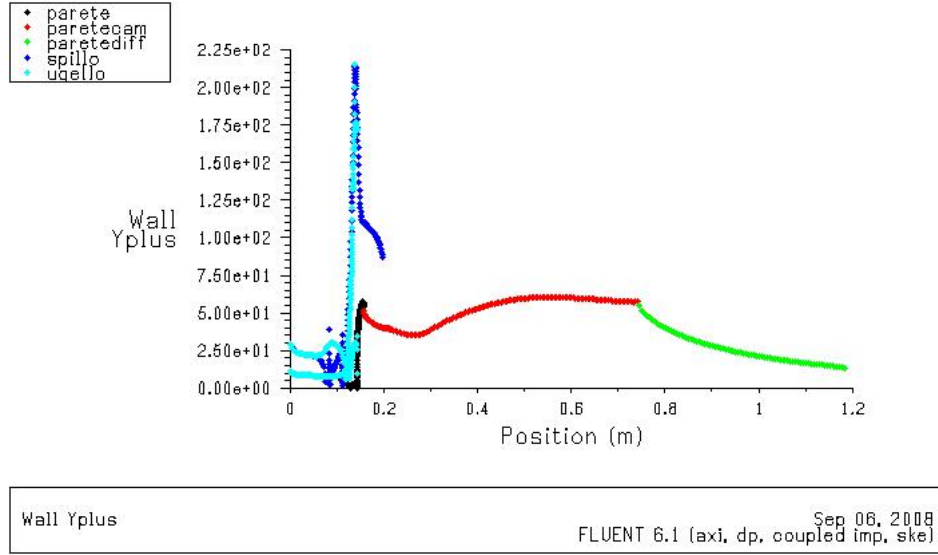


Figura 3.24: Andamento del parametro y^+ , lungo le pareti dell'iniettore al variare della posizione lungo x del sistema di riferimento delle varie pareti dell'iniettore.

la suddivisione del dominio di calcolo realizzata.

Per valutare la bontà della simulazione si considera il valore dato dai grafici di figura 3.23 da cui si ricava che per il valore di portata motrice ottenuto dalla simulazione si ha un valore di portata aspirata pari a $\dot{m}_{as,sper} = 0.6704 \frac{kg}{s}$. Confrontando i due valori è possibile valutare l'errore assoluto:

$$e_{ass} = |\dot{m}_{as,cfd} - \dot{m}_{as,sper}| = 0.6442 - 0.6704 = 0.0262 \frac{kg}{s} \quad (3.46)$$

a cui corrisponde un errore relativo:

$$e_{r,\%} = \frac{e_{ass}}{\dot{m}_{as,sper}} 100 = \frac{0.0262}{0.6704} 100 = 3.9\% \quad (3.47)$$

La soluzione è quindi accettabile e sufficientemente corrispondente ai dati forniti dal costruttore dell'apparecchio.

Ricordando che la soluzione viene ottenuta con le ipotesi di calore specifico c_p e viscosità cinematica ν costanti, si può verificare, in base campo di temperature ottenute, se vi sono variazioni tali da poter giustificare una possibile miglioria al modello, il considerare la variazione di c_p e ν in funzione della temperatura. Dalla figura 3.25 si nota come le temperature ottenute dalla simulazione varino di $\approx 150 K$. Si sceglie quindi di sostituire $c_p = cost$ e $\nu = cost$ con $c_p = f(t)$ e $\nu = f(t)$ tramite una legge di variazione valida all'interno dell'intervallo definito dalla simulazione: $280 - 500 K$. Per

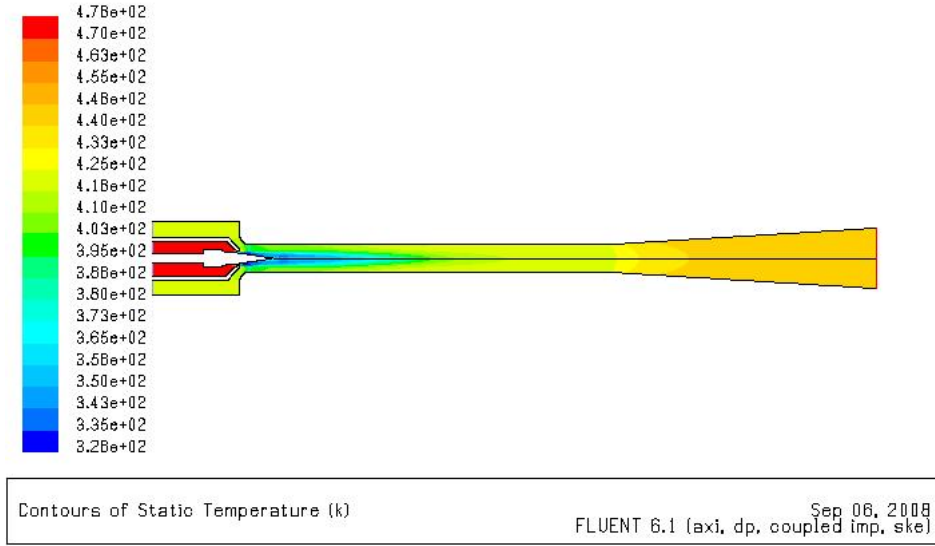


Figura 3.25: Campo di temperature per la simulazione di primo tentativo.

fare questo Fluent permette di inserire la dipendenza di queste due variabili dalla temperatura utilizzando un legame di tipo polinomiale. Si definiscono dunque i seguenti polinomi, rispettivamente per c_p e ν :

$$c_p(t) = a_1 + a_2T + a_3T^2 + a_4T^3 \quad (3.48)$$

$$\nu(t) = a_1 + a_2T \quad (3.49)$$

dove cui i valori dei coefficienti utilizzati sono quelli riportati in tabella 3.4.

| Coeff. polinomio | $c_p(t)$ | $\nu(t)$ |
|------------------|------------------------|-----------------------|
| a_1 | $-1.54 \cdot 10^{-3}$ | $-6.01 \cdot 10^{-7}$ |
| a_2 | 33.17 | $-3.45 \cdot 10^{-8}$ |
| a_3 | $-11.09 \cdot 10^{-2}$ | |
| a_4 | $12.84 \cdot 10^{-5}$ | |

Tabella 3.4: Coefficienti dei polinomi approssimanti la dipendenza delle variabili c_p e ν dalla temperatura nell'intervallo $\Delta = 280 - 300 \text{ K}$.

Inoltre si sceglie di cambiare anche il metodo di discretizzazione impiegato passando da quello *First Order Upwind* al *Second Order Upwind*. Che come ricordato nel capitolo 3.4.3, relativo alla scelta delle impostazioni per il Solver comporta generalmente una maggior precisione.

Fatte queste modifiche si procede a modificare la simulazione e si ottengono i seguenti nuovi risultati:

- Portata vapore motore $\dot{m}_t = 0.6084 \frac{kg}{s}$
- Portata vapore aspirato $\dot{m}_{as} = 0.6463 \frac{kg}{s}$
- Portata totale $\dot{m}_{tot} = 1.2547 \frac{kg}{s}$

Si ottengono quindi i le seguenti differenze in termini percentuali:

- Portata motrice $e_{r,\%} = \frac{\dot{m}_{t,cf d2} - \dot{m}_{t,cf d2}}{\dot{m}_{t,cf d2}} 100 \approx 0.3\%$
- Portata aspirata $e_{r,\%} = \frac{\dot{m}_{as,cf d2} - \dot{m}_{as,cf d2}}{\dot{m}_{as,cf d2}} 100 \approx 0.2\%$

In riferimento all'errore ottenuto sul valore sperimentale si ha che per una portata motrice $\dot{m}_{t,cf d2} = 0.6084$, il grafico da un valore di $\dot{m}_{as} = 0.6630$. L'errore commesso diventa ora

$$e_{ass} = |\dot{m}_{as,cf d2} - \dot{m}_{as,sper2}| = 0.6463 - 0.6610 = 0.0147 \frac{kg}{s} \quad (3.50)$$

e in termini relativi si ottiene

$$e_{r,\%} = \frac{e_{ass}}{\dot{m}_{as,sper}} 100 = \frac{0.0147}{0.6610} 100 = 2.5\% \quad (3.51)$$

Si è quindi ottenuto circa un miglioramento di 1.4 punti percentuali. Si può quindi concludere che il considerare i due parametri funzioni della temperatura e un più preciso metodo di discretizzazione, porta ad un prevedibile aumento di precisione (2.5% al posto 3.9%), ma questa prova conferma anche la bontà del dato ottenuto con le precedenti impostazioni e ne giustifica l'impiego a fronte di una semplificazione del modello e dell'ottenimento di un risultato in un tempo più breve (riduzione del tempo mediamente del 50% : 10 h al posto di 20 h).

3.5.2 Risultati caratterizzazione CFD

Si analizzano ora i risultati ottenuti per le singole prove effettuate confrontandoli con i dati sperimentali ricavati dai grafici di figura 3.22 e figura 3.23.

Iniettore A Curva1

I risultati ottenuti per l'Iniettore A e per le condizioni di prova relative a Curva 1 di tabella 3.3 son visibili in figura 3.26.

I punti delle varie simulazioni e gli errori riferiti ai valori sperimentali sono riportati in tabella 3.5. L'errore relativo commesso è riportato anche in figura 3.27.

Iniettore A Curva2

I risultati ottenuti per l'Iniettore A e per le condizioni di prova reattive a Curva 2 di tabella 3.3 sono visibili in figura 3.28.

I punti delle varie simulazioni e gli errori riferiti ai valori sperimentali sono riportati in tabella 3.6. L'errore relativo commesso è riportato anche in figura 3.29.

Iniettore A Curva3

I risultati ottenuti per l'Iniettore A e per le condizioni di prova reattive a Curva 3 di tabella 3.3 sono visibili in figura 3.30.

I punti delle varie simulazioni e gli errori riferiti ai valori sperimentali sono riportati in tabella 3.7. L'errore relativo commesso è riportato anche in figura 3.31.

Iniettore B Curva1

I risultati ottenuti per l'Iniettore B e per le condizioni di prova reattive a Curva 1 di tabella 3.3 sono visibili in figura 3.32.

I punti delle varie simulazioni e gli errori riferiti ai valori sperimentali sono riportati in tabella 3.8. L'errore relativo commesso è riportato anche in figura 3.33.

Iniettore B Curva2

I risultati ottenuti per l'Iniettore B e per le condizioni di prova reattive a Curva 2 di tabella 3.3 sono visibili in figura 3.34.

I punti delle varie simulazioni e gli errori riferiti ai valori sperimentali sono riportati in tabella 3.8. L'errore relativo commesso è riportato anche in figura 3.35.

.

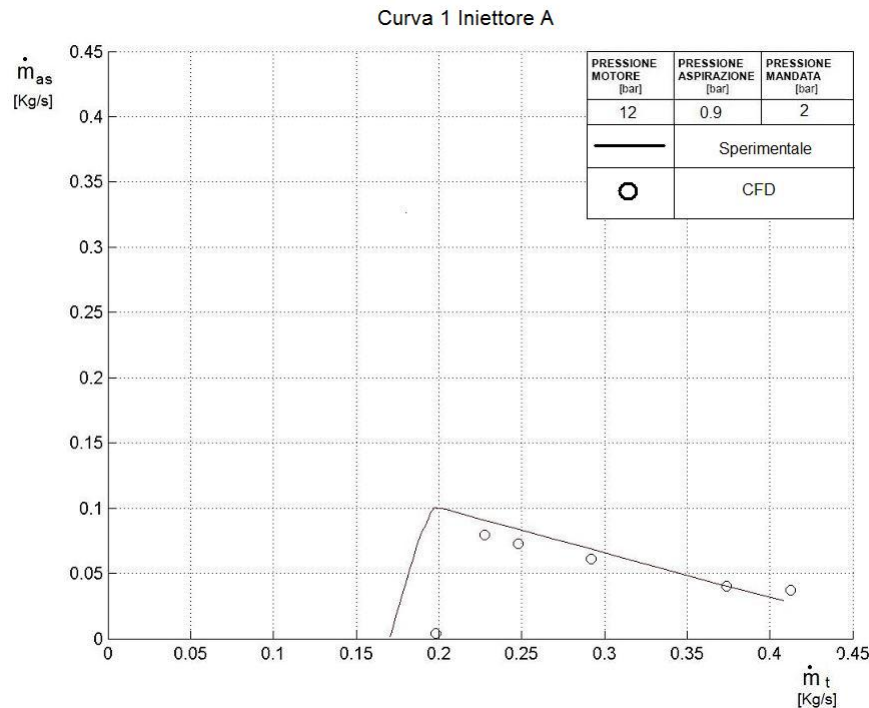


Figura 3.26: Risultati caratterizzazione CFD Curva 1 Iniettore A.

| CURVA 1 INIETTORE A | | | | |
|-----------------------------------|---|--|---------------------------------|------------|
| \dot{m}_t ($\frac{Kg}{s}$) | CFD \dot{m}_{as} ($\frac{Kg}{s}$) | Sperimentale \dot{m}_{as} ($\frac{Kg}{s}$) | e_{ass} ($\frac{Kg}{s}$) | e_r % |
| $19.81 \cdot 10^{-2}$ | $0.39 \cdot 10^{-2}$ | $10.05 \cdot 10^{-2}$ | $9.66 \cdot 10^{-2}$ | 96.1 |
| $22.77 \cdot 10^{-2}$ | $7.93 \cdot 10^{-2}$ | $9.09 \cdot 10^{-2}$ | $1.16 \cdot 10^{-2}$ | 12.8 |
| $24.81 \cdot 10^{-2}$ | $7.27 \cdot 10^{-2}$ | $8.38 \cdot 10^{-2}$ | $1.11 \cdot 10^{-2}$ | 13.2 |
| $29.20 \cdot 10^{-2}$ | $6.14 \cdot 10^{-2}$ | $6.89 \cdot 10^{-2}$ | $0.75 \cdot 10^{-2}$ | 10.9 |
| $37.36 \cdot 10^{-2}$ | $4.04 \cdot 10^{-2}$ | $4.03 \cdot 10^{-2}$ | $0.01 \cdot 10^{-2}$ | 0.2 |
| $41.24 \cdot 10^{-2}$ | $3.73 \cdot 10^{-2}$ | $2.81 \cdot 10^{-2}$ | $0.92 \cdot 10^{-2}$ | 32.7 |

Tabella 3.5: Valori della prova Curva 1 sull'Iniettore A.

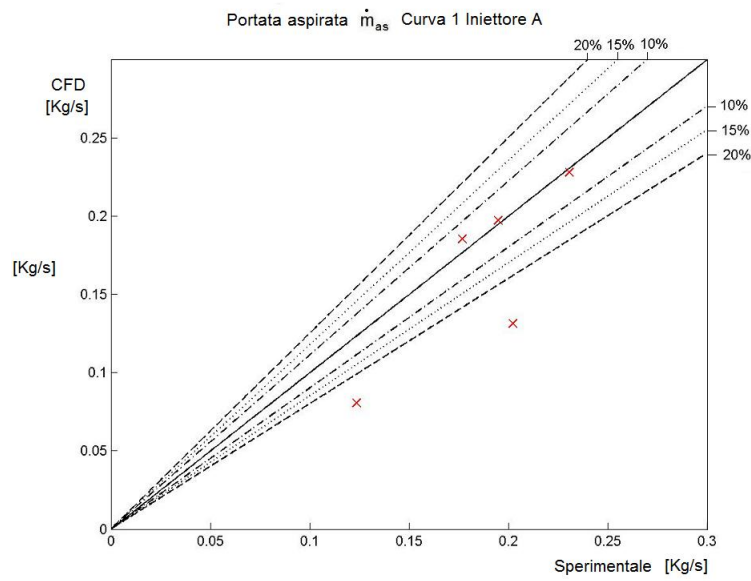


Figura 3.27: Errore relativo commesso con la caratterizzazione CFD relativa a Curva 1 Iniettore A.

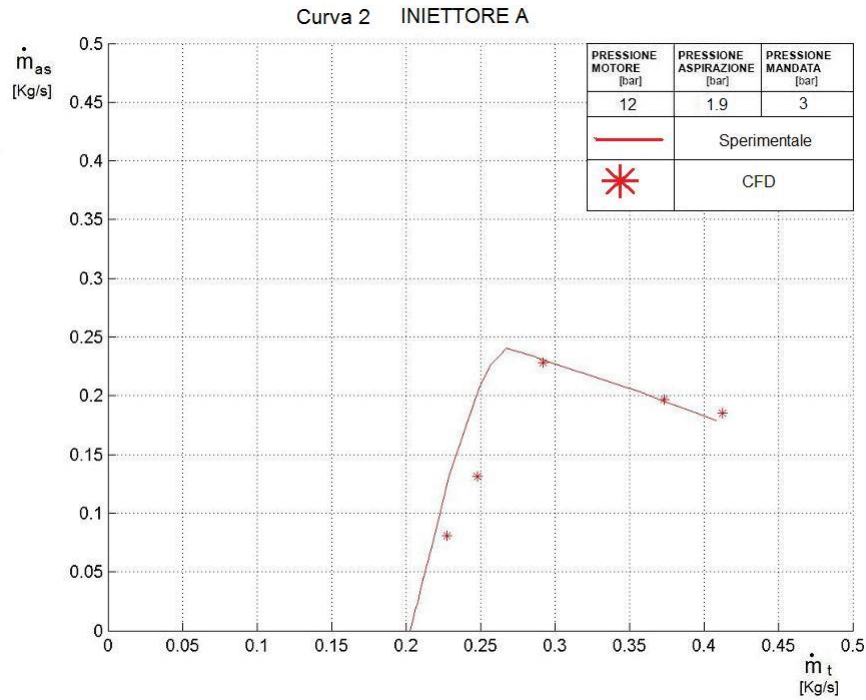


Figura 3.28: Risultati caratterizzazione CFD Curva 2 Iniettore A.

| CURVA 2 INIETTORE A | | | | |
|-----------------------------------|---|--|---------------------------------|------------|
| \dot{m}_t ($\frac{Kg}{s}$) | CFD \dot{m}_{as} ($\frac{Kg}{s}$) | Sperimentale \dot{m}_{as} ($\frac{Kg}{s}$) | e_{ass} ($\frac{Kg}{s}$) | e_r % |
| $22.77 \cdot 10^{-2}$ | $8.07 \cdot 10^{-2}$ | $12.36 \cdot 10^{-2}$ | $4.29 \cdot 10^{-2}$ | 34.7 |
| $24.81 \cdot 10^{-2}$ | $13.15 \cdot 10^{-2}$ | $20.24 \cdot 10^{-2}$ | $7.09 \cdot 10^{-2}$ | 35 |
| $29.20 \cdot 10^{-2}$ | $22.79 \cdot 10^{-2}$ | $23.08 \cdot 10^{-2}$ | $0.29 \cdot 10^{-2}$ | 1.3 |
| $37.36 \cdot 10^{-2}$ | $19.71 \cdot 10^{-2}$ | $19.49 \cdot 10^{-2}$ | $0.22 \cdot 10^{-2}$ | 1.1 |
| $41.24 \cdot 10^{-2}$ | $18.53 \cdot 10^{-2}$ | $17.68 \cdot 10^{-2}$ | $0.85 \cdot 10^{-2}$ | 4.8 |

Tabella 3.6: Valori della prova Curva 2 sull'Iniettore A.

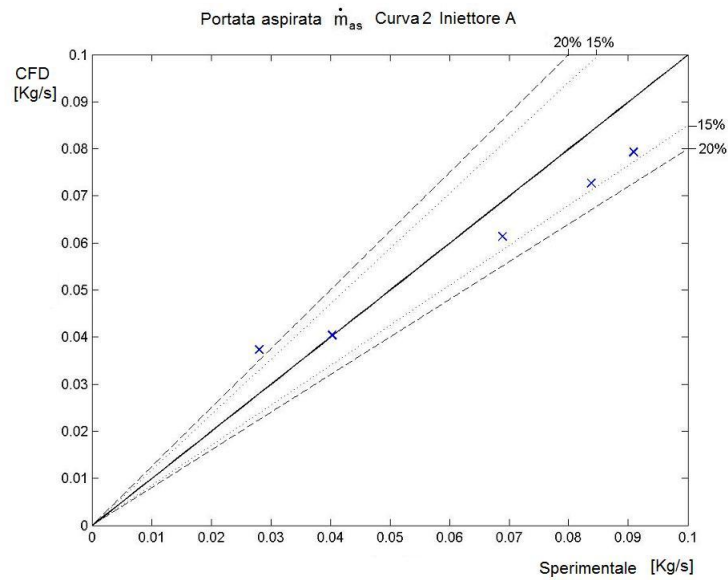


Figura 3.29: Errore relativo commesso con la caratterizzazione CFD relativa a Curva 2 Iniettore A.

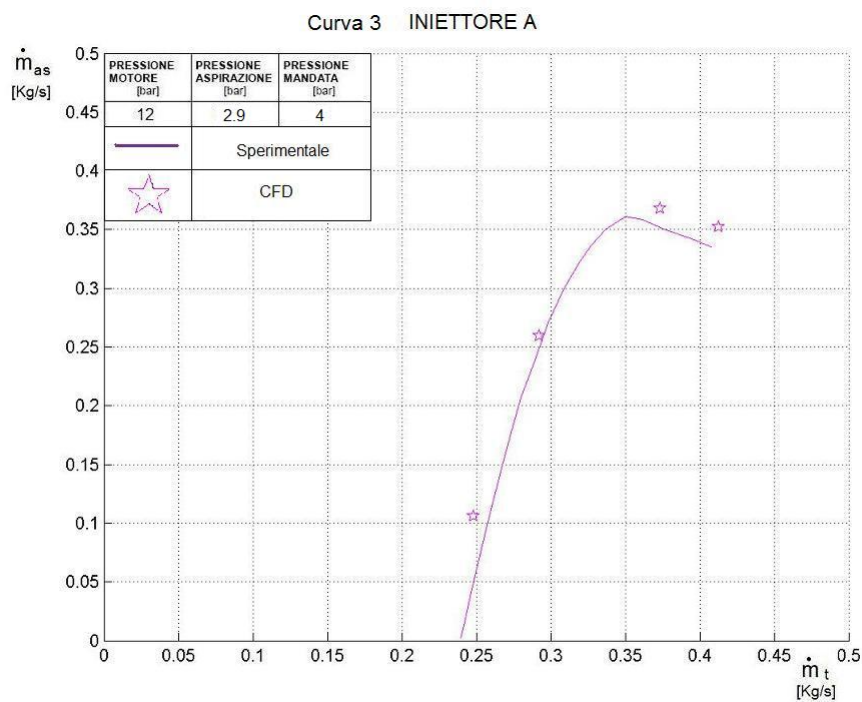


Figura 3.30: Risultati caratterizzazione CFD Curva 3 Iniettore A.

| CURVA 3 INIETTORE A | | | | |
|-----------------------------------|---|--|---------------------------------|------------|
| \dot{m}_t ($\frac{Kg}{s}$) | CFD \dot{m}_{as} ($\frac{Kg}{s}$) | Sperimentale \dot{m}_{as} ($\frac{Kg}{s}$) | e_{ass} ($\frac{Kg}{s}$) | e_r % |
| $24.81 \cdot 10^{-2}$ | $10.61 \cdot 10^{-2}$ | $4.99 \cdot 10^{-2}$ | $5.62 \cdot 10^{-2}$ | 112.6 |
| $29.20 \cdot 10^{-2}$ | $25.85 \cdot 10^{-2}$ | $24.84 \cdot 10^{-2}$ | $1.01 \cdot 10^{-2}$ | 4 |
| $37.36 \cdot 10^{-2}$ | $36.81 \cdot 10^{-2}$ | $35.19 \cdot 10^{-2}$ | $1.62 \cdot 10^{-2}$ | 4.6 |
| $41.24 \cdot 10^{-2}$ | $35.25 \cdot 10^{-2}$ | $33.26 \cdot 10^{-2}$ | $1.99 \cdot 10^{-2}$ | 6 |

Tabella 3.7: Valori della prova Curva 3 sull'Iniettore A.

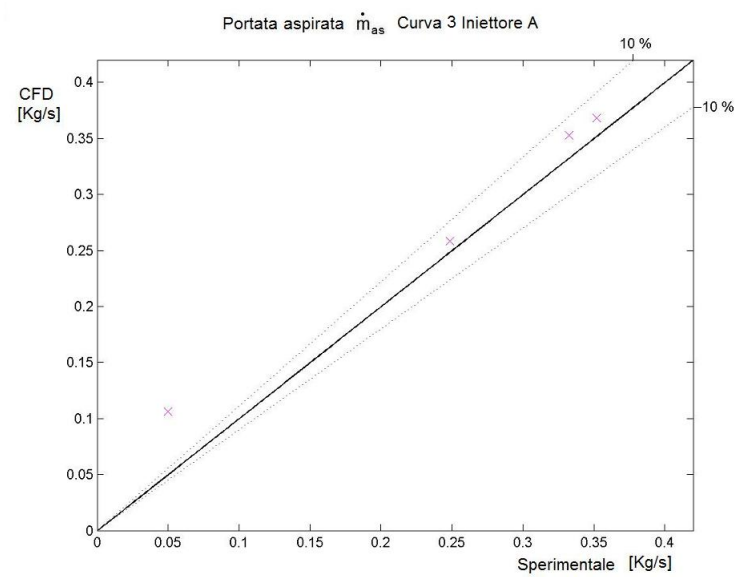


Figura 3.31: Errore relativo commesso con la caratterizzazione CFD relativa a Curva 3 Iniettore A.

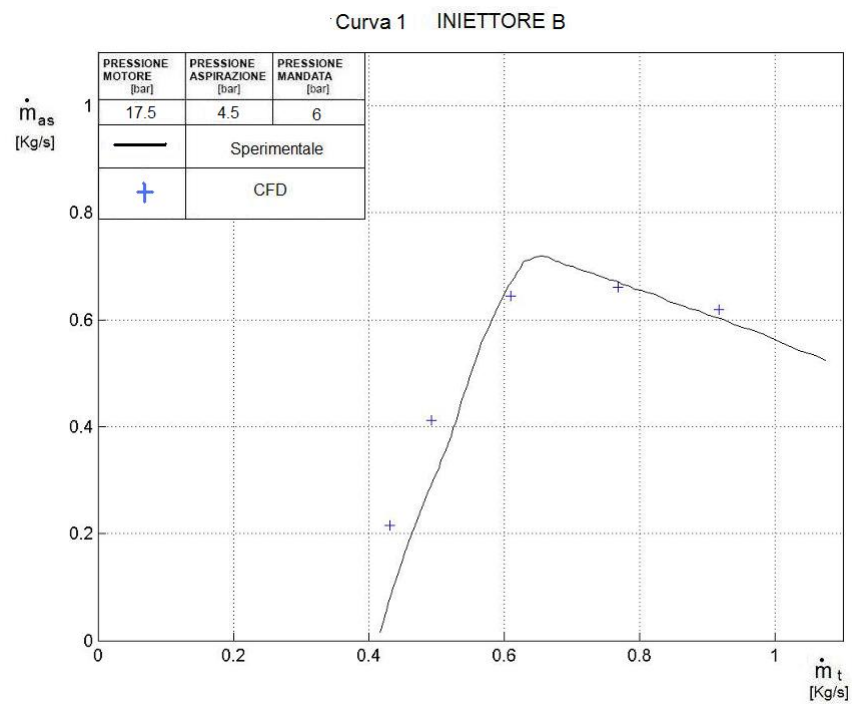


Figura 3.32: Risultati caratterizzazione CFD Curva 1 Iniettore B.

| CURVA 1 INIETTORE B | | | | |
|-----------------------------------|---|--|---------------------------------|------------|
| \dot{m}_t ($\frac{Kg}{s}$) | CFD \dot{m}_{as} ($\frac{Kg}{s}$) | Sperimentale \dot{m}_{as} ($\frac{Kg}{s}$) | e_{ass} ($\frac{Kg}{s}$) | e_r % |
| $43.09 \cdot 10^{-2}$ | $21.86 \cdot 10^{-2}$ | $7.68 \cdot 10^{-2}$ | $14.18 \cdot 10^{-2}$ | 184.7 |
| $49.32 \cdot 10^{-2}$ | $41.23 \cdot 10^{-2}$ | $29.45 \cdot 10^{-2}$ | $11.78 \cdot 10^{-2}$ | 40 |
| $61.02 \cdot 10^{-2}$ | $64.42 \cdot 10^{-2}$ | $67.04 \cdot 10^{-2}$ | $2.62 \cdot 10^{-2}$ | 3.9 |
| $76.82 \cdot 10^{-2}$ | $66.05 \cdot 10^{-2}$ | $67.08 \cdot 10^{-2}$ | $1.03 \cdot 10^{-2}$ | 1.5 |
| $91.72 \cdot 10^{-2}$ | $61.89 \cdot 10^{-2}$ | $60.32 \cdot 10^{-2}$ | $1.57 \cdot 10^{-2}$ | 2.6 |

Tabella 3.8: Valori della prova Curva 3 sull'Iniettore A.

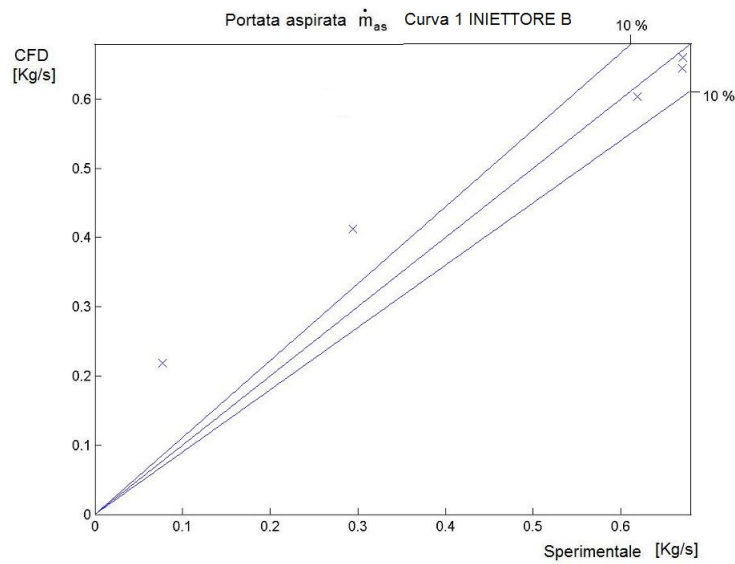


Figura 3.33: Errore relativo commesso con la caratterizzazione CFD relativa a Curva 1 Iniettore B.

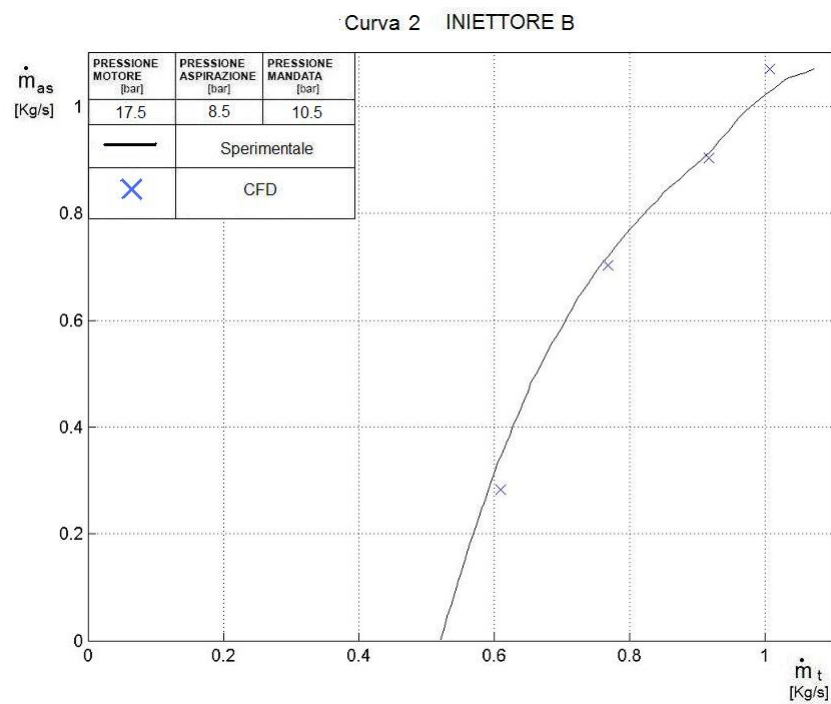


Figura 3.34: Risultati caratterizzazione CFD Curva 2 Iniettore B.

| CURVA 2 INIETTORE B | | | | |
|-----------------------------------|---|--|---------------------------------|------------|
| \dot{m}_t ($\frac{Kg}{s}$) | CFD \dot{m}_{as} ($\frac{Kg}{s}$) | Sperimentale \dot{m}_{as} ($\frac{Kg}{s}$) | e_{ass} ($\frac{Kg}{s}$) | e_r % |
| $61.02 \cdot 10^{-2}$ | $28.34 \cdot 10^{-2}$ | $34.67 \cdot 10^{-2}$ | $6.33 \cdot 10^{-2}$ | 18.3 |
| $76.82 \cdot 10^{-2}$ | $70.25 \cdot 10^{-2}$ | $71.99 \cdot 10^{-2}$ | $1.74 \cdot 10^{-2}$ | 2.4 |
| $91.72 \cdot 10^{-2}$ | $90.45 \cdot 10^{-2}$ | $91.35 \cdot 10^{-2}$ | $0.94 \cdot 10^{-2}$ | 1 |
| $10.07 \cdot 10^{-2}$ | $10.71 \cdot 10^{-2}$ | $10.29 \cdot 10^{-2}$ | $4.11 \cdot 10^{-2}$ | 4 |

Tabella 3.9: Valori della prova Curva 2 sull'Iniettore B.

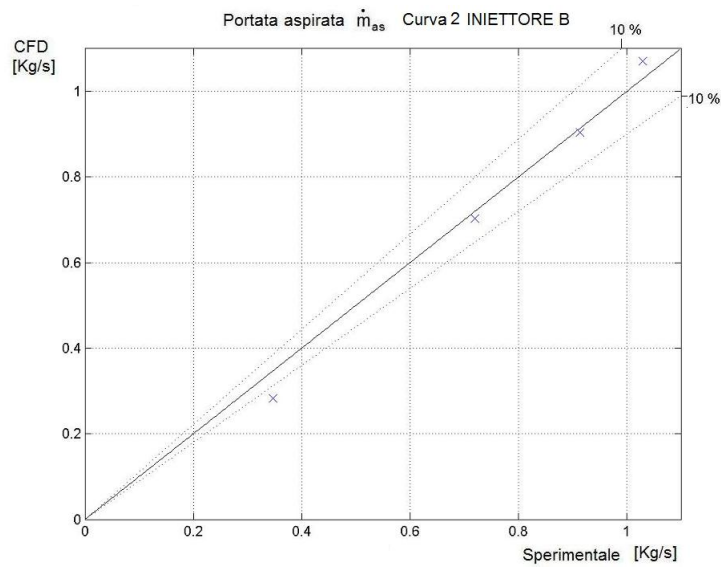


Figura 3.35: Errore relativo commesso con la caratterizzazione CFD relativa a Curva 3 Iniettore A.

3.5.3 Osservazioni

Dall'analisi dei risultati si può concludere che la caratterizzazione CFD dell'iniettore permette il raggiungimento di buoni risultati e gli andamenti vengono riprodotti con un errore accettabile. Gli errori percentuali risultano generalmente maggiori per bassi valori delle portate aspirate e nel tratto ascendente della curva caratteristica, nel quale il regime di moto del fluido aspirato è subsonico.

Capitolo 4

Iniettore a geometria fissa IGF

La caratterizzazione dell'iniettore a geometria variabile ottiene buoni risultati di previsione se realizzata con la simulazione termofluidodinamica (cap.3). Il modello analitico non riesce a prevedere in modo adeguato il comportamento degli iniettori presi in esame (Iniettore A e Iniettore B, cap.2.1).

In varie applicazioni ingegneristiche spesso si impiegano iniettori con una geometria fissa (fissata sezione di gola dell'ugello). Questi però presentano scarsa elasticità di funzionamento. Infatti, se si riporta la capacità di trascinamento $\mu = \frac{\dot{m}_t}{\dot{m}_{as}}$, in funzione della pressione di mandata p'_{man} si ottiene quanto riportato in figura 4.1,[13]. Per fissate condizioni di aspirazione e

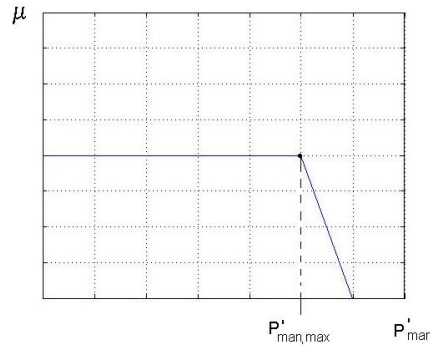


Figura 4.1: Andamento del rapporto tra le portate aspirata e motrice (μ), al variare della pressione di mandata.

motrici si ottiene un andamento che presenta una costanza fino ad una pressione di mandata massima ($p'_{man,max}$) oltre alla quale, la capacità trascinante decresce molto bruscamente. Se si continua ad aumentare la pressione di mandata, si arriva poi ad annullare la massa di fluido trascinato $\mu=0$. Dalla figura 4.1 si vede come il punto migliore di funzionamento si ha in corrispon-

denza di $p'_{man,max}$, massima pressione di mandata a cui si riesce a portare la miscela motore-aspirato, con il massimo μ .

Per fissate condizioni di funzionamento: pressione motrice, di aspirazione e di mandata la capacità trascinante dell'iniettore a geometria fissa corrisponde ad un determinato valore e non c'è possibilità di variazione.

L'iniettore a geometria fissa generalmente ha un ugello che a valle della sezione di gola presenta un parte divergente. Questa parte di condotto, in cui passa il fluido motore (fluido comprimibile), permette, nel caso in cui sia stata raggiunta la condizione di velocità del suono nella sezione ristretta (*ugello di De Laval*), di aumentare ulteriormente la velocità del vapore se in uscita dal diffusore c'è una pressione minore di quella critica ottenuta nella sezione di gola.

La parte divergente è quindi in grado, in determinate condizioni di funzio-

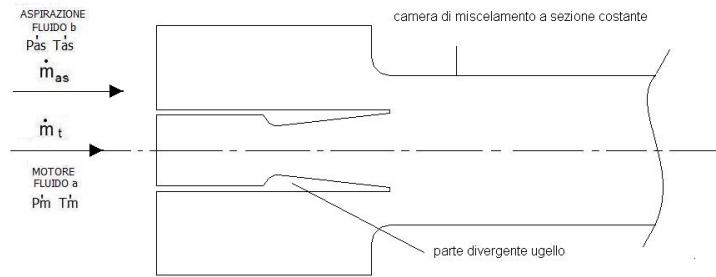


Figura 4.2: Geometria di un iniettore a sezione fissa.

namento, di far raggiungere al "motore" condizioni ipersoniche ($M > 1$). Considerando quanto affermato dalle teorie relative agli iniettori impieganti fluidi comprimibili (capitolo 1.3), si osserva che condizioni operative tali da avere velocità ipersoniche nella camera di miscelamento, risultano essere quelle, che per date dimensioni della macchina, le permettono di funzionare in condizioni ottimali (il massimo rapporto μ , si ottiene per quanto rilevato da Fabri [3],[4], in condizione di Regimi Supersonici). Quindi, la presenza della parte divergente dell'ugello, se questo funziona come un ugello di De Laval e non come un tubo di Venturi, fa sì che il fluido motore entri in camera di miscelamento con un Mach maggiore dell'unità.

In assenza del divergente il Mach di ingresso in camera potrà al massimo essere unitario e in conclusione più soggetto a perturbazioni (onde di compressione) che lo riportino in condizioni subsoniche, le quali caratterizzeranno anche il successivo miscelamento.

4.1 Progetto di iniettore IGF

Nel capitolo 2.1, si è cercato di modellare l'iniettore a geometria variabile con la teoria del Miscelamento ad Area Costante. Non sono però stati ottenuti adeguati risultati. La causa di questa incapacità di previsione è stata attribuita alla particolare geometria dell'iniettore, che caratterizza in modo rilevante i flussi di vapore nella prima parte della camera di miscelamento. Si cerca di valutare la bontà della teoria di modellazione impiegata, su condizioni geometriche differenti dell'iniettore, per verificare se in questo caso la teoria sia in grado di modellare il funzionamento della macchina. Si

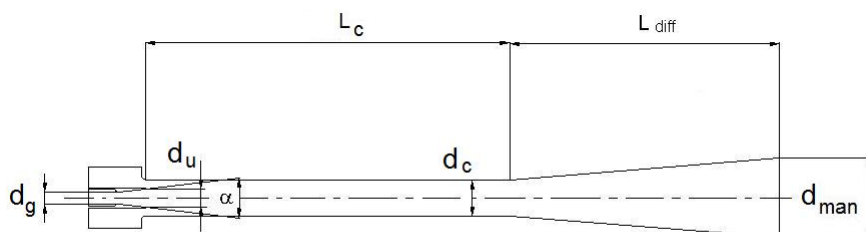


Figura 4.3: Geometria dell'iniettore di forma semplificata analizzato con la teoria del miscelamento a sezione costante.

decide di studiare un iniettore a geometria fissa con le forme di figura 4.3. Si sceglie di considerare una zona di immissione del fluido aspirato tale che la sezione e la velocità di ingresso in camera siano univocamente definite e non risentano di differenti condizioni operative.

Viene aggiunta la parte divergente dell'ugello, perchè con una geometria fissa della sezione di gola, non si ha la necessità di impiegare lo spillo di regolazione.

Si impiega la teoria descritta nel capitolo 1.3.2, per dimensionare un iniettore di geometria fissata.

Il funzionamento dell'iniettore viene successivamente verificato con l'impiego dell'analisi CFD, che si è dimostrata, per comparazione con i valori rilevati, in grado di ottenere risultati adeguati, nel caso dell'iniettore a geometria variabile.

La figura 4.1 dimostra come le condizioni di progetto ottimali siano quelle che per fissate pressioni motore, di aspirazione e rapporto di trascinamento voluto, forniscono la pressione di mandata $p'_{man,max}$.

La teoria afferma che la condizione di massimo rapporto di trascinamento μ , si ha quando nel tratto iniziale della camera di miscelamento (sezione 0-1), dove i due fluidi fluiscono separatamente, si raggiungono le condizioni soniche per il vapore aspirato.

| | p'_m [bar] | T'_m [K] | p'_{as} [bar] | T'_{as} [K] | p'_{man} [bar] | \dot{m}_t [kg/s] | η_u | η_c | η_d |
|--------------------|-----------------|---------------|--------------------|------------------|---------------------|-----------------------|----------|----------|----------|
| VALORI PROGETTO | 16 | 474 | 1.9 | 391 | 3.36 | 1.187 | 0.97 | 0.90 | 0.85 |

Tabella 4.1: Valori di progetto dell'iniettore a geometria fissa.

Si tiene conto di questo e si sceglie di dimensionare un iniettore che per date condizioni di funzionamento e fissata pressione motrice, riesca a ottenere il massimo rapporto di trascinamento. Si sta ricercando la massima portata aspirabile in condizioni $p'_m, T'_m, p'_{as}, T'_{as}, p'_{man}, \dot{m}_t$ fissate.

Come valori di progetto si utilizzano quelli di tabella 4.1, che ricadono all'interno delle condizioni operative in cui si utilizzano gli iniettori a geometria variabile (Iniettore A; Iniettore B) analizzati nei precedenti capitoli (2, 3). La scelta dei tre coefficienti di perdita di tabella 4.1 (i coefficienti vengono impiegati come descritto nel capitolo 1.3.2) viene fatta in base ai valori normalmente utilizzati nella letteratura riguardante gli iniettori impieganti gas e vapori [10] [9].

Per ottenere la geometria dell'iniettore, si utilizza un procedimento iterativo che è visibile in figura 4.4 .

Lo schema di calcolo viene realizzato da appositi file Matlab (Appendice C) e fornisce i valori di della sezione di gola (A_g) e il diametro della camera di miscelamento che si considera di sezione cilindrica (si ricava A_c da cui si ottiene d_c).

Per le condizioni di progetto di tabella 4.1 si ottengono i seguenti valori delle geometrie:

- $A_c = 51 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \rightarrow d_c = 80 \text{ mm}$
- $A_g = 53.66 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \rightarrow d_c = 26.1 \text{ mm}$

La scelta delle altre dimensioni: lunghezza della camera di miscelamento (L_c), diametro di mandata (d_{man}) e lunghezza del diffusore (L_{diff}) si segue il seguente ragionamento. Considerate le condizioni operative di progetto, e le dimensioni della camera di miscelamento ottenute, queste non sono molto differenti da quelle relative agli iniettori a geometria variabile (le grandezze fondamentali per l'IGV sono riportate in tabella 2.1). Si sceglie allora di utilizzare valori simili a quelli che caratterizzano i due iniettori analizzati in precedenza. Le dimensioni usate sono riportate in tabella 4.2.

Per verificare se effettivamente l'iniettore creato è quello che, per le con-

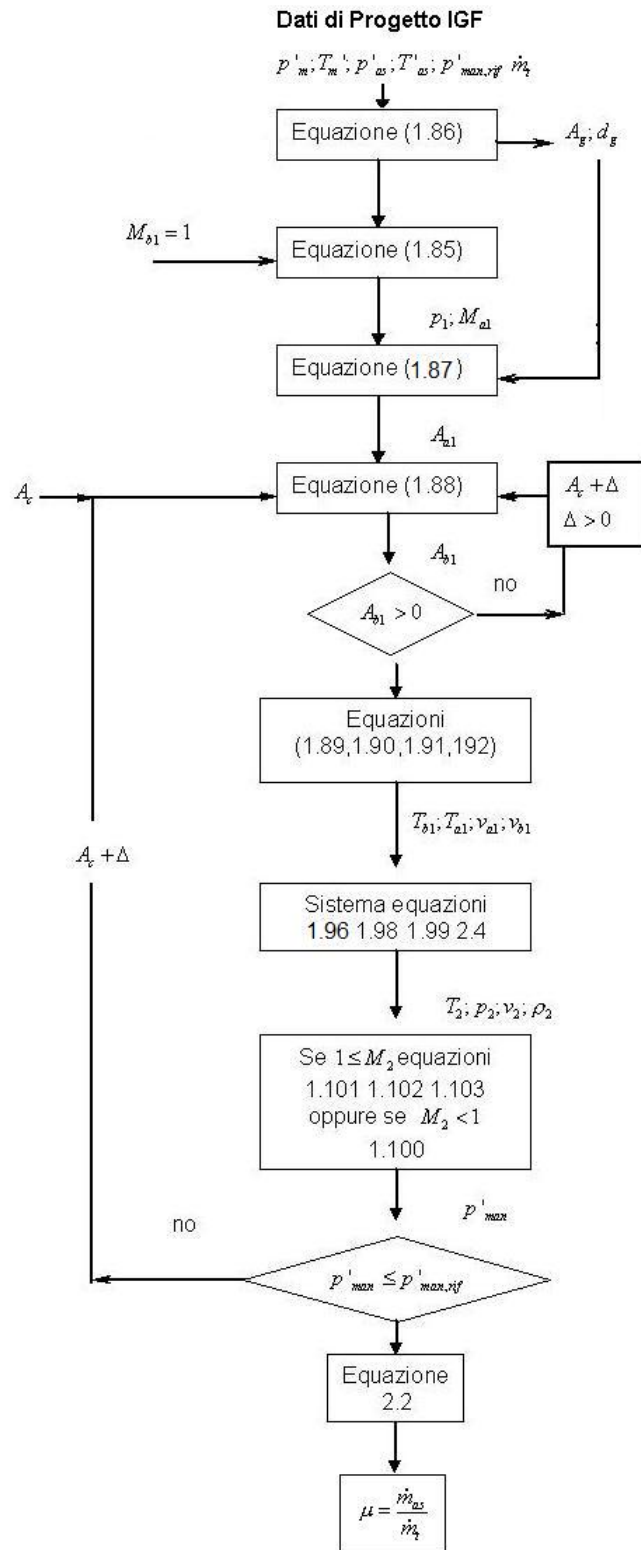


Figura 4.4: Schema di calcolo per il dimensionamento della geometria dell'iniettore a geometria fissa.

| | d_c (mm) | d_g (mm) | d_{ug} (mm) | d_{man} (mm) | L_c/d_c | L_{diff}/d_{man} | α (gradi) |
|------------------------|---------------|---------------|------------------|-------------------|-----------|--------------------|---------------------|
| GEOMETRIA INIETTORE | 80 | 26.1 | 40 | 175 | 10 | 3.4 | 7 |

Tabella 4.2: Dimensioni dell'iniettore a geometria fissa. La posizione delle quote è visibile in figura 4.3.

dizioni di progetto, ottiene la massima portata di vapore aspirato, si riproduce la sua curva caratteristica al variare della pressione di mandata (figura 4.6). Questa viene poi verificata utilizzando i dati di un'analisi CFD.

Il modello della macchina per le simulazioni CFD viene realizzato secondo

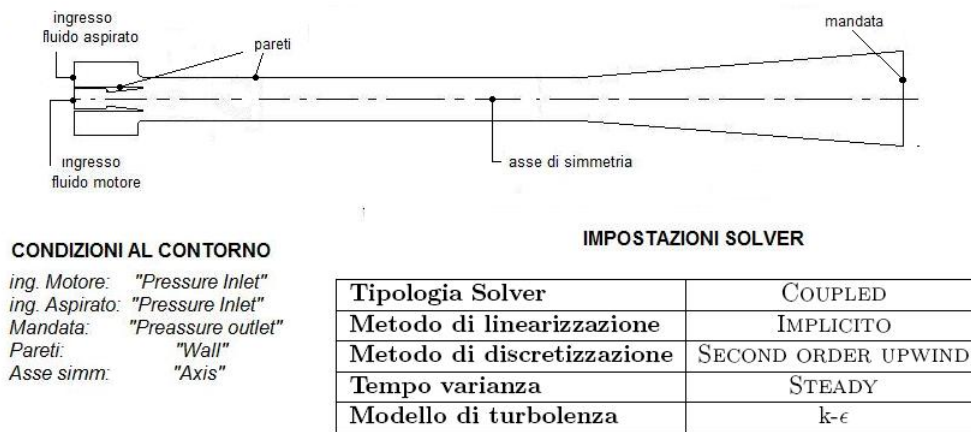


Figura 4.5: Modello bidimensionale "specchiato" e impostazioni per l'analisi CFD per iniettore a geometria fissa.

gli stessi criteri di scelta usati in precedenza per l'analisi degli iniettori a geometria variabile (capitolo 3). Si crea il modello sfruttando la simmetria assiale. Le impostazioni utilizzate sono quelle riportate in figura 4.5. Il fluido viene considerato avente le proprietà di tabella 4.3.

La verifica delle capacità dell'iniettore è eseguita per le condizioni di progetto, ma anche per condizioni operative differenti in cui si modifica la pressione motrice impiegata. I risultati sono riportati in figura 4.6.

Si nota come le varie simulazioni dimostrino la bontà della teoria impiegata nel progetto dell'iniettore. Gli errori ottenuti tra la previsione teorica e le simulazioni CFD, sono riportati nelle tabelle 4.5, 4.4.

| | |
|-------------------------------------|---------------------------------|
| Fluido | VAPOR D'ACQUA |
| Densità $\frac{kg}{m^3}$ | GAS IDEALE |
| Cp $\frac{kJ}{kg K}$ | 2.014 - costante |
| Viscosità $\frac{kg}{m.s}$ | 1.34 10 ⁵ - costante |
| Peso Molecolare $\frac{kg}{kgmole}$ | 18.015 |

Tabella 4.3: Proprietà del fluido.

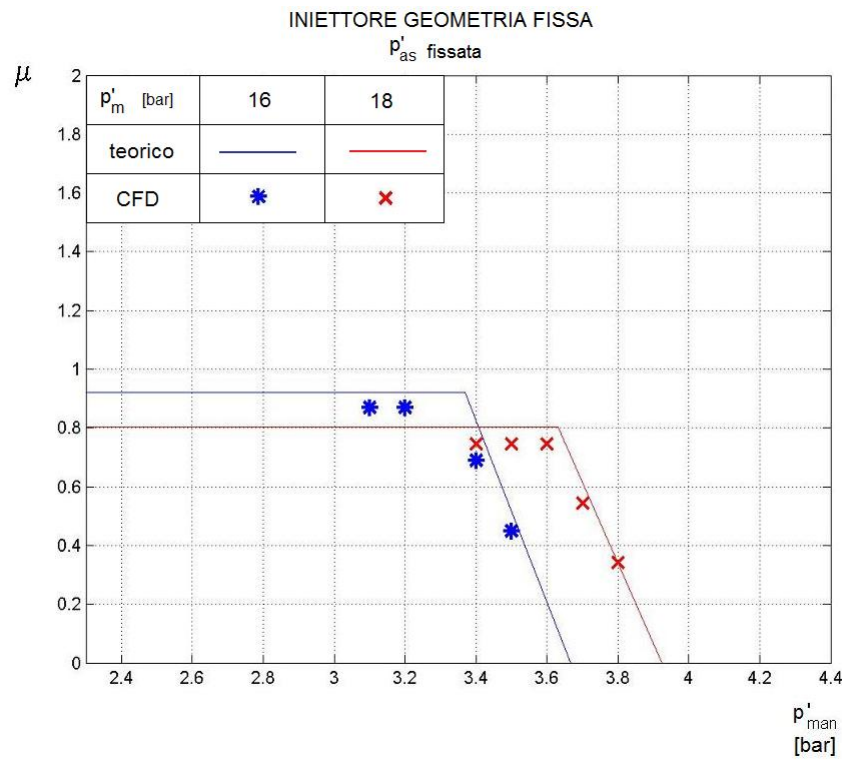


Figura 4.6: Verifica tramite analisi CFD dell'iniettore a geometria fissa realizzato, per le condizioni di progetto (tabella 4.1) e per condizioni "motore" differenti $p'_m=18$ bar e $T'_m=480$.

| Curva $p'_m = 16$ bar | | | | |
|----------------------------|------------------|--------------|-----------|------------|
| Pressione mandata (bar) | Teorico μ | CFD μ | e_{ass} | e_r % |
| 3.2 | 0.92 | 0.87 | 0.05 | 5.3 |
| 3.3 | 0.92 | 0.87 | 0.05 | 5.3 |
| 3.4 | 0.81 | 0.69 | 0.12 | 14.8 |
| 3.5 | 0.52 | 0.45 | 0.07 | 13.4 |

Tabella 4.4: Comparazione dati teorici e CFD per la curva $p'_m=16$ bar di figura 4.6.

| Curva $p'_m = 18$ bar | | | | |
|----------------------------|------------------|--------------|-----------|------------|
| Pressione mandata (bar) | Teorico μ | CFD μ | e_{ass} | e_r % |
| 3.4 | 0.74 | 0.80 | 0.06 | 7.5 |
| 3.5 | 0.74 | 0.80 | 0.06 | 7.5 |
| 3.6 | 0.74 | 0.80 | 0.06 | 7.5 |
| 3.7 | 0.55 | 0.61 | 0.06 | 9.8 |
| 3.8 | 0.34 | 0.343 | 0.003 | 0.9 |

Tabella 4.5: Comparazione dati teorici e CFD per la curva $p'_m=18$ bar di figura 4.6.

Dalle simulazioni effettuate è possibile verificare la veridicità delle ipotesi effettuate nello studio analitico. In particolare si riporta il campo di velocità per la curva $p'_m=16$ bar di figura 4.6, ottenuto con la simulazione corrispondente a $p'_{man}=3.2$ bar (figura 4.7).

Considerando il flusso dei due vapori motore ed aspirato, nella prima parte della camera di miscelamento, si ha che l'ipotesi teorica della formazione del "condotto aerodinamico" in cui i due fluidi si espandono o comprimono l'uno nell'altro, risulta essere verificata. Per la stessa simulazione è possibile anche individuare la sezione in cui sono raggiunte le condizioni soniche dal flusso aspirato (vedi figura 4.8). Per questa sezione, l'ipotesi di uguaglianza delle pressioni è sufficientemente valida come dimostrato dalla figura 4.9. Da questa si nota come la pressione sia compresa all'interno di una fascia di dimensione pari a 0.1 bar (10^4 Pa).

La simulazione ($p'_m=16$ bar; $p'_{man}=3.2$ bar) mostra, inoltre, la presenza di uno shock che riporta il flusso in condizioni subsoniche all'ingresso nel diffusore (figura 4.10).

Infine, l'ultima ipotesi di velocità uniformata in corrispondenza della sezione finale della camera di miscelamento è riscontrabile se si considera l'andamento rappresentato in figura 4.11. Dalla figura si vede che in realtà c'è una differenza di intensità nella zona centrale del flusso, ma questa può essere attribuita alle perturbazioni che sono presenti a valle dello shock, che a differenza di quanto stabilito dalla teoria non è normale ma risulta essere obliquo.

La curva ottenuta per una differente pressione motore ($p'_m=18$ bar, di figura 4.6) dimostra anche la bontà di impiego di coefficienti di perdita costanti nella progettazione (η_u, η_c, η_d), per condizioni operative diverse.

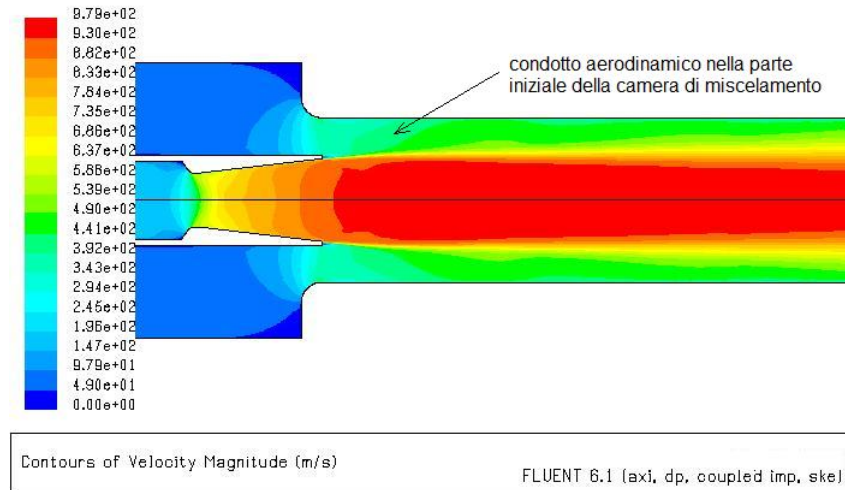


Figura 4.7: Campo delle velocità ottenuto con la simulazione di condizioni di prova: $p'_m=16$ bar, $p'_{man}=3.2$ bar.

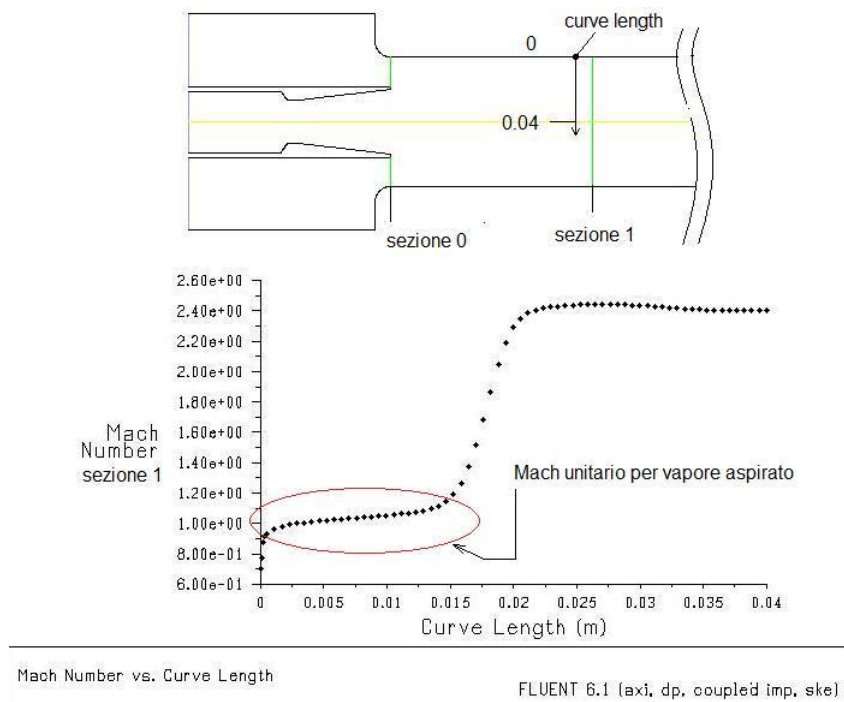


Figura 4.8: Raggiungimento delle condizioni soniche per il flusso aspirato

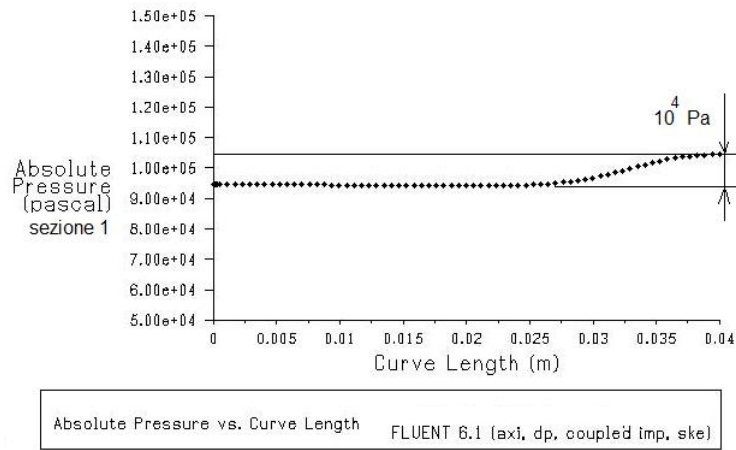


Figura 4.9: Uguaglianza delle pressioni nella sezione 1.

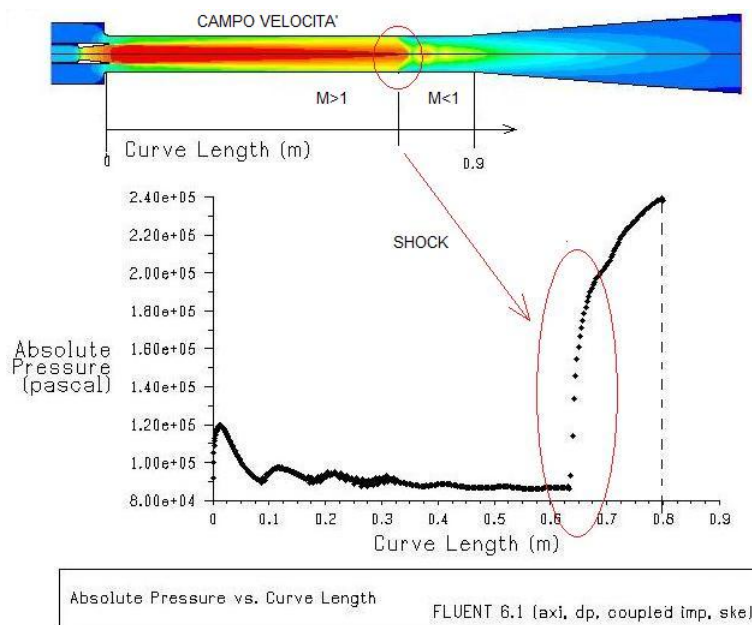


Figura 4.10: Presenza dello shock e andamento della pressione lungo le pareti della camera di miscelamento.

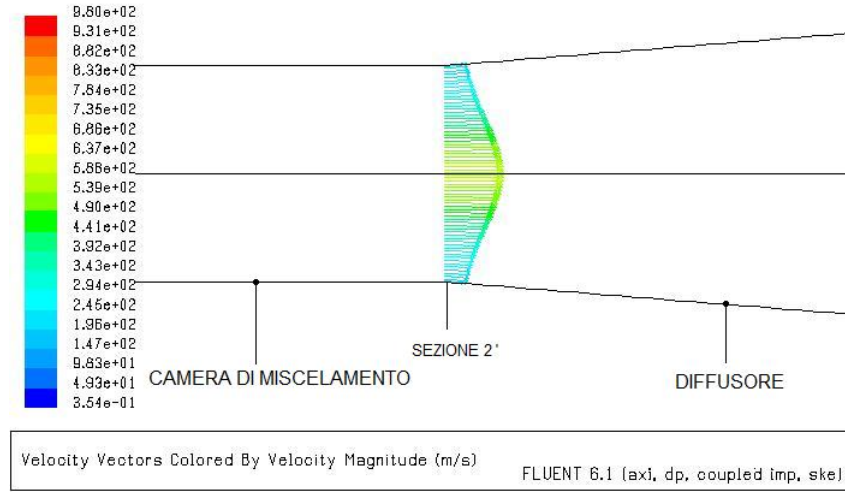


Figura 4.11: Profilo delle velocità all'ingresso del diffusore.

4.2 Regolazione dell' IGF

Dall'analisi predente si è dimostrata la bontà della teoria del Miscelamento ad Area Costante per un iniettore a geometria fissa . Per fissate condizioni operative, questo tipo di iniettore è in grado di realizzare un unico rapporto di trascinamento $\mu = \frac{\dot{m}_{as}}{\dot{m}_t}$. Variando la pressione motore, però si ottiene un diverso μ , a parità di condizioni di mandata e di aspirazione (figura 4.6). Si decide allora di regolare l'iniettore utilizzando questo parametro (p'_m), per permettere alla macchina di lavorare su più valori di μ . Per dati valori di: pressione e temperatura del vapore motore che si ha a disposizione ($p'_{m,i}$, $T'_{m,i}$ vedi figura 4.12), condizioni di aspirazione (p'_{as} , T'_{as}) e condizioni di mandata (p'_{man}), se si inserisce una valvola di laminazione tra l'ingresso del vapore motore e l' ugello dell'iniettore, si possono variare le condizioni di pressione in cui si viene a trovare il vapore motore (p'_m), e realizzare differenti rapporti di trascinamento μ . Considerando la formula della portata di motore, in condizioni di bloccaggio dell'ugello, questa è data da:

$$\dot{m}_t = \frac{p'_m A_g}{\sqrt{T'_m}} \sqrt{\frac{k}{R} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}} \quad (4.1)$$

L'iniettore a geometria variabile lavora su differenti portate variando il valore di A_g (sezione dei gola dell'ugello). La regolazione che viene qui proposta si prefigge lo scopo di variare la quantità di vapore motore, variando il valore della pressione p'_m .

Per quanto riguarda l'aspetto teorico della modellazione di un iniettore fun-

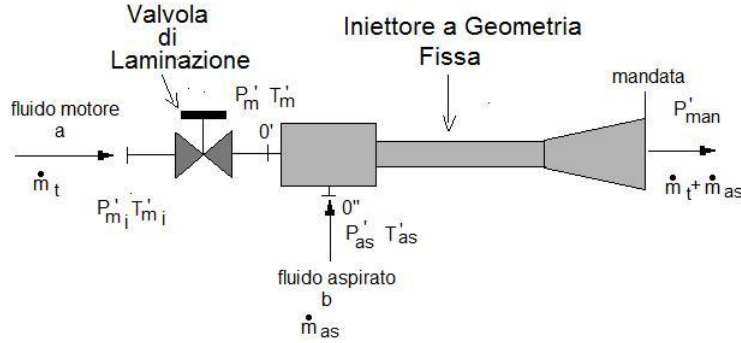


Figura 4.12: Schema di regolazione dell'iniettore a geometria variabile con variazione della pressione motore.

zionante secondo tale logica, occorre considerare la presenza della *laminazione*. Questa, per definizione, è una trasformazione ad entalpia costante e quindi la temperatura nella sezione di ingresso 0' (vedi figura 4.12) per il vapore motore, nell'ipotesi di gas ideale, è la stessa temperatura a cui si ha a disposizione il vapore motore ($T'_m = T'_{m,i}$).

La teoria di analisi, impiegata per la caratterizzazione dell'iniettore a geometria variabile (capitolo 2.1), viene usata con la stessa logica per descrivere il funzionamento anche dell'iniettore a geometria fissa. In modo analogo, si ricercano i valori di pressione limite della sezione 1 ($p_{1,sup}, p_{1,inf}$), che definiscono il funzionamento in regime di Miscelamento, utilizzando un analogo schema di calcolo iterativo (Appendice D). Per quanto riguarda la portata motrice massima, in questo caso, non è più imposta dalla maggiore dimensione dell'area di gola realizzata dallo spillo, ma dal valore della pressione a cui si ha a disposizione il vapore motore ($p'_{m,i}$). Infine, si caratterizza l'iniettore utilizzando schemi di calcolo, funzionanti allo stesso modo di quelli usati per l'iniettore IGV, ma che considerano la variazione della pressione (p'_m) anzi che dell'area di gola (A_g) e dove la temperatura del fluido motore rimane costante e pari a $T'_{m,i}$ (Appendice D).

Si cerca di prevedere il funzionamento dell'iniettore a geometria fissa realizzato in precedenza per differenti condizioni operative immaginando di avere a disposizione il vapore motore prima della valvola di laminazione in condizioni $p'_{m,i} = 16$ bar e $T'_{m,i} = T'_m = 474$ K. I risultati ottenuti considerando tre differenti condizioni operative sono visibili in figura 4.13. Per due curve si realizzano delle simulazioni CFD, per ottenere una verifica della modellazione analitica realizzata.

Gli errori commessi tra la simulazione teorica e quella CFD sono riportati in tabella 4.6 e 4.7.

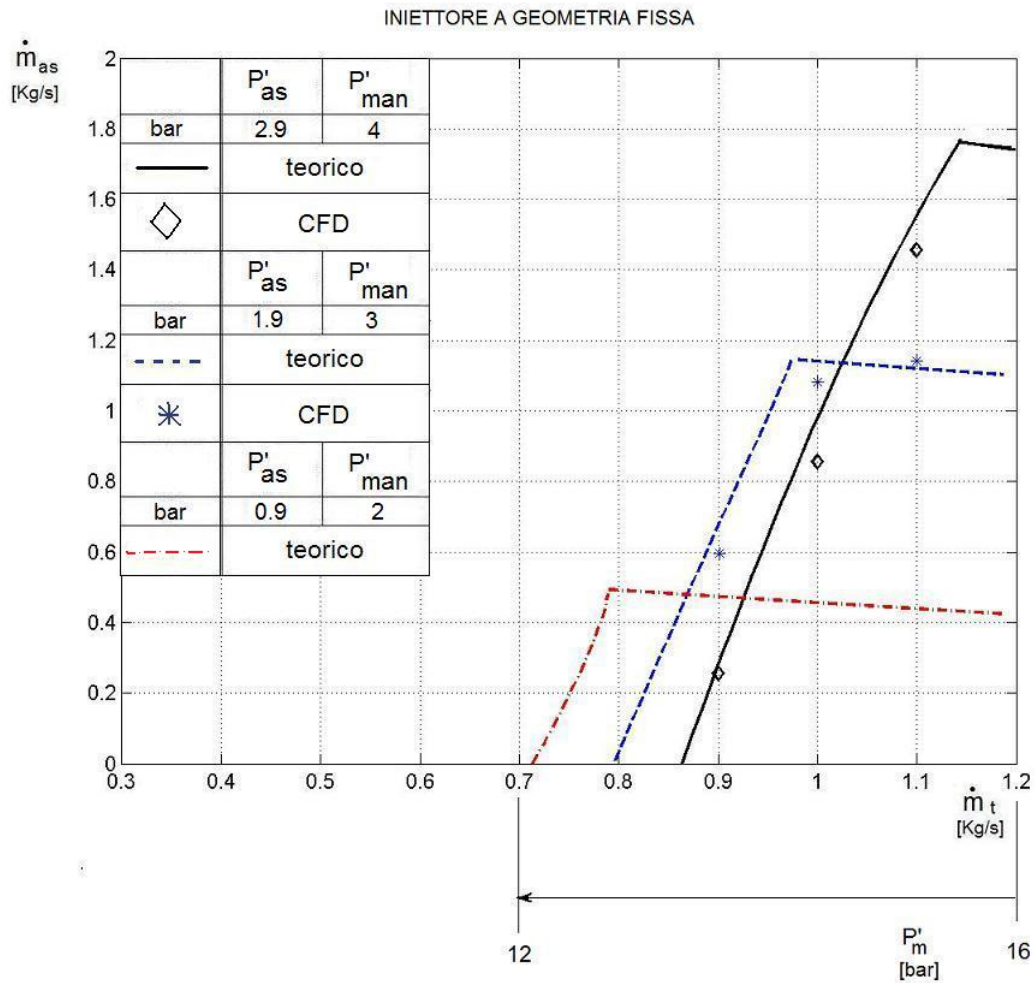


Figura 4.13: Previsioni di funzionamento IGF, per differenti condizioni operative con verifica tramite simulazione CFD.

| Curva $p'_{as}=1.9$ bar | | | | |
|-----------------------------------|---|---|---------------------------------|------------|
| \dot{m}_t ($\frac{Kg}{s}$) | Teorico \dot{m}_{as} ($\frac{Kg}{s}$) | CFD \dot{m}_{as} ($\frac{Kg}{s}$) | e_{ass} ($\frac{Kg}{s}$) | e_r % |
| 0.90 | $67.32 \cdot 10^{-2}$ | $59.65 \cdot 10^{-2}$ | $7.67 \cdot 10^{-2}$ | 18.3 |
| 1.00 | $113.95 \cdot 10^{-2}$ | $108.28 \cdot 10^{-2}$ | $1.74 \cdot 10^{-2}$ | 2.4 |
| 1.10 | $112.54 \cdot 10^{-2}$ | $114.25 \cdot 10^{-2}$ | $1.66 \cdot 10^{-2}$ | 1.4 |

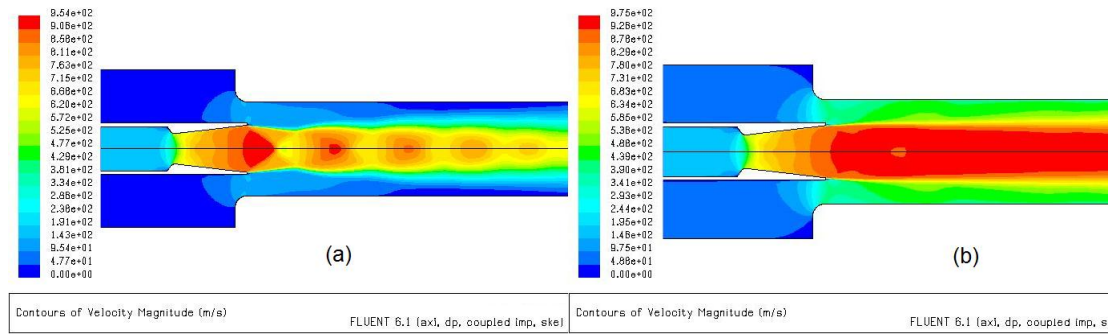
Tabella 4.6: Valori della prova Curva $p'_{as}=1.9$ bar di figura 4.13.

| Curva $p'_{as}=2.9$ bar | | | | |
|-----------------------------------|---|---|---------------------------------|------------|
| \dot{m}_t ($\frac{Kg}{s}$) | Teorico \dot{m}_{as} ($\frac{Kg}{s}$) | CFD \dot{m}_{as} ($\frac{Kg}{s}$) | e_{ass} ($\frac{Kg}{s}$) | e_r % |
| 0.90 | $27.59 \cdot 10^{-2}$ | $25.50 \cdot 10^{-2}$ | $2.09 \cdot 10^{-2}$ | 8.2 |
| 1.00 | $97.20 \cdot 10^{-2}$ | $85.51 \cdot 10^{-2}$ | $11.69 \cdot 10^{-2}$ | 13.6 |
| 1.10 | $154.8 \cdot 10^{-2}$ | $145.5 \cdot 10^{-2}$ | $9.3 \cdot 10^{-2}$ | 6.4 |

Tabella 4.7: Valori della prova Curva $p'_{as}=2.9$ bar di figura 4.13.

Dal un'analisi dei risultati ottenuti si vede come la modellazione teorica, mediamente, sia inferiore ad un valore del 10%, che permette di considerare valido il metodo analitico impiegato per la modellazione dell'iniettore controllato tramite la pressione del vapore motore.

Dalle simulazioni CFD ottenute per la curva $p'_{as}=1.9$ bar di figura 4.13,

Figura 4.14: Campi delle velocità per le simulazioni CFD relative a curva $p'_{as}=1.9$ bar di figura 4.13, per $\dot{m}_t=0.9$ Kg/s (a) e $\dot{m}_t=1.1$ Kg/s (b).

per le portate $\dot{m}_t=0.9$ Kg/s e $\dot{m}_t=1.1$ Kg/s, si possono rappresentare i campi delle velocità per la prima parte della camera di miscelamento. Dal confronto tra le due figure si vede che a differenza dell'iniettore a geometria variabile una diversa portata motrice non influenza in modo così rilevante i flussi dei due vapori, in questa parte della camera di miscelamento. L'ipotesi fatta dalla teoria del Miscelamento ad Area Costante, per questo tratto, rimane sufficientemente valida.

In conclusione si dimostra quindi che l'inadeguatezza della teoria nel caso dell' IGV, è dovuta alla particolare geometria della macchina, strettamente connessa alla logica di funzionamento.

Ulteriori considerazioni sui risultati ottenuti mostrano come questo tipo di regolazione porti ad ottenere delle caratteristiche di funzionamento del-

l'iniettore a geometria fissa simili a quelle che si ottengono con l'iniettore a geometria variabile (figure 4.13 e 2.2).

Capitolo 5

Conclusioni

La presente tesi ha come scopo principale lo sviluppo di modelli per la caratterizzazione di un iniettore a vapore a geometria variabile. Si è dimostrata valida una previsione delle capacità di funzionamento fatta tramite la *Termofluidodinamica Computazionale* (CFD). Questa, ha permesso di ottenere risultati adeguati con errori: mediamente inferiori al 10%, rispetto alle curve fornite dal costruttore della macchina. In aggiunta, ha permesso di individuare le cause che portano al fallimento della teoria del Miscelamento ad Area Costante che si è utilizzata per ricercare di riprodurre il comportamento dell'iniettore con un semplice modello analitico. Si è infatti riscontrato che la logica di funzionamento dell'iniettore a geometria variabile (presenza dell'iniettore e assenza del tratto divergente dell'ugello), e la particolare costruzione geometrica del tratto iniziale della camera di miscelamento (tratto convergente di immissione per il vapore aspirato) portano come conseguenza, una grossa diversità dei flussi di fluido per differenti condizioni operative (differente sezione di gola e differenti pressioni di utilizzo). Si sono inoltre riscontrati, in particolare per funzionamenti in Regime Supersonico della macchina (entrambi i vapori motore ed aspirato con velocità ipercritiche), forti moti bidimensionali, che influenzano notevolmente il comportamento dell'iniettore.

Questo permette di affermare che una modellazione analitica in grado di fornire validi risultati, non può prescindere dal considerare gli effetti suddetti, che influenzano pesantemente il comportamento della macchina.

Si rende necessario quindi utilizzare adeguati modelli bidimensionali che considerino gli aspetti "locali" del funzionamento, cosa che una semplice analisi monodimensionale, basata su bilanci integrali, non è stata in grado di rilevare.

Per verificare se il modello analitico sviluppato fosse applicabile in condizioni più semplici, si è studiato il caso di un iniettore a geometria fissa dotato di un ugello convergente-divergente.

La teoria del Miscelamento ad Area Costante in questo caso risulta in grado di fornire risultati di previsione confrontabili con quelli dell'analisi CFD. In particolare la presenza del condotto divergente e una geometria più semplice della parte di condotto di immissione del vapore motore in camera, permettono di avere flussi che non risentono di differenti condizioni operative e non più interessati da forti effetti bidimensionali.

Si è scelto infine di aumentare la flessibilità di utilizzo di quest'ultimo modello di iniettore utilizzando una regolazione, che invece di agire sulla sezione di gola (A_g), utilizzando una valvola di laminazione, permette di variare la pressione di ingresso del vapore motore e ottenere capacità di funzionamento simili a quelle dell'iniettore a geometria variabile.

L'analisi condotta dimostra che si possono ottenere curve caratteristiche di funzionamento qualitativamente comparabili con quelle dell'iniettore a geometria fissa.

Sviluppi futuri possono riguardare una più approfondita indagine relativa alla regolazione tramite valvola, per ottenere un confronto quantitativo tra le due differenti macchine, considerando la notevole semplificazione che si introduce con l'impiego di un iniettore di geometria fissa, il quale comporta una semplificazione costruttiva della macchina (assenza dello spillo di regolazione e relativo sistema di comando, semplificazione della geometria dei condotti di immissione dei fluidi in macchina, sempre collegata alla mancanza dello spillo). Il funzionamento di tale tipo di iniettore risulta inoltre prevedibile con modelli semplici, senza dover far ricorso alla più gravosa analisi CFD.

Appendice A

File Matlab 1

File Matlab per la ricerca della massima portata motrice, corrispondente al massimo rapporto di trascinamento. Limite superiore del Regime di Miscelamento.

```
clear all
clc

global r k cp ac pm tm pas tas pman vg rhoasp A B B1 D p1 x0 u
etau etad
%%%%%%%%DEFINIZIONE DATI DI INGRESSO%%%%%%%%
%%AREA CAMERA DI MISCELAMENTO%%
ac=1256.4e-6;
%%DATI VAPORE%%
r=461.7;%-----costante dei gas per vapore
k=1.3;%-----rapporto calori specifici
cp=k*r/(k-1);%-----calore specifico a pressione costante
pm=1.2e6;%-----pressione motore
tm=461.03;%-----temperatura motore
pas=2.9e5;%-----pressione aspirato
tas=405.24;%-----temperatura aspirato
rhoasp=pas/(tas*r);%--densità aspirazione
rhom=pm/(tm*r);%-----densità motore
vg=((2*k*r)/(k+1)*tm)^(1/2);%velocità in uscita da ugello
%%COSTANTI IMPIEGATE NELLE EQUAZIONI
A=(k-1)/2;
B=k/(k-1);
B1=k1/(k1-1);
D=1/(k-1);
```

```
%%%COEFFICIENTI DI PERDITA%%%%%%%%%
etad=0.85;%coefficiente per tratto 0-1 camera di miscelamento
etau=0.85;%coefficiente per diffusore
%valore di inizio per ricercare la soluzione del sistema
%per le equazioni tra sezioni 1-2 camera di miscelamento
x0=[0.5 0.5 0.5];
%tolleranza di precisione sulla pressione di mandata desiderata
delta=0.1;
%massimo numero di iterazioni
max_iter=10000;
%Il max si ha in corrispondenza di valore di p1
%tale da ottenere un mach unitario
p1=pas/(1+A*(etau)^-1)^(B);
%Definizione della pressione di mandata desiderata
pman_rif=4e5;
%estremo inferiore di variazione di mt
mt_inf=0.01;
%estremo superiore di variazione mt
mt_max=0.4;
%%%%%%%%%METODO DI BISEZIONE%%%%%%%%%
%Valutazione della funzione negli estremi
mt=mt_inf;
fa=feval('sistema',mt)
mt=mt_max;
fb=feval('sistema',mt)
%interruzione se negli estremi dell'intervallo
%si trova la soluzione
if fa==pman_rif
    mt=mt_inf;
    f=feval('sistema',mt);
end
if fb==pman_rif
    mt=mt_max;
    f=feval('sistema',mt);
end
if (fa<pman_rif)&(fb>pman_rif)
    z1=mt_inf;
    z2=mt_max;
    for x=1:1:max_iter
        c(x)=(z1+z2)/2;
        mt=c(x);
```

```

        fc(x)=feval('sistema',mt);
        x0=u;
        X=[X x0];
        if sign(fc(x)-pman_rif)==sign(fa-pman_rif)
            z1=c(x);
        else
            z2=c(x);
        end
        if (pman_rif-delta<fc(x))&(fc(x)<pman_rif+delta);
            f=feval('sistema',c(x));

            break
        end
    end
end
end

```

File Matlab per la ricerca della minima portata motrice, corrispondente a rapporto di trascinamento nullo. Limite inferiore del Regime di Miscelamento.

```

clear all
clc

global r k cp ac pm tm pas tas pman vg rhoasp A B B1 D mt x0 u
etau etad
%%%%%%%%DEFINIZIONE DATI DI INGRESSO%%%%%%%%
%%AREA CAMERA DI MISCELAMENTO%%
ac=1256.4e-6;
%%DATI VAPORE%%
r=461.7;%-----costante dei gas per vapore
k=1.3;%-----rapporto calori specifici
cp=k*r/(k-1);%-----calore specifico a pressione costante
pm=1.2e6;%-----pressione motore
tm=461.03;%-----temperatura motore
pas=2.9e5;%-----pressione aspirato
tas=405.24;%-----temperatura aspirato
rhoasp=pas/(tas*r);%--densità aspirazione
rho=pm/(tm*r);%-----densità motore
vg=((2*k*r)/(k+1)*tm)^(1/2);%velocità in uscita da ugello
%%COSTANTI IMPIEGATE NELLE EQUAZIONI

```

```
A=(k-1)/2;
B=k/(k-1);
B1=k1/(k1-1);
D=1/(k-1);
%%%COEFFICIENTI DI PERDITA%%%%%%%%
etad=0.85;%-coefficiente per tratto 0-1 camera di miscelamento
etau=0.85;%-coefficiente per diffusore

%valore di inizio per ricercare la soluzione del sistema
%per le equazioni tra sezioni 1-2 camera di miscelamento
x0=[0.5 0.5 0.5];
%tolleranza di precisione sulla pressione di mandata desiderata
delta=0.1;
%massimo numero di iterazioni
max_iter=10000;
%Il min si ha in corrispondenza di valore di p1 uguale al valore
%della pressione di aspirazione
p1=pas;
%Definizione della pressione di mandata desiderata
pman_rif=4e5;
%estremo inferiore di variazione mt
mt_inf=0.01;
%estremo superiore di variazione mt
mt_max=0.5;
%%%%%%%%METODO DI BISEZIONE%%%%%%%%
%Valutazione della funzione negli estremi
mt=mt_inf;
fa=feval('sistema',mt)
mt=mt_max;
fb=feval('sistema',mt)
%interruzione se negli estremi dell'intervallo
%si trova la soluzione
if fa==pman_rif
    mt=mt_inf;
    f=feval('sistema',mt);
end
if fb==pman_rif
    mt=mt_max;
    f=feval('sistema',mt);
end
if (fa<pman_rif)&(fb>pman_rif)
```

```

        z1=mt_inf;
        z2=mt_max;
    for x=1:1:max_iter
        c(x)=(z1+z2)/2;
        mt=c(x);
        fc(x)=feval('sistema',mt);
        x0=u;
        X=[X x0];
        if sign(fc(x)-pman_rif)==sign(fa-pman_rif)
            z1=c(x);
        else
            z2=c(x);
        end
        if (pman_rif-delta<fc(x))&(fc(x)<pman_rif+delta);
            f=feval('sistema',c(x));

            break
        end
    end
end
end

```

File Matlab *function* 'SISTEMA'. Funzione che per una data portata motrice \dot{m}_t , permette di ottenere la pressione di mandata p'_{man} .

```

function y=f(mt);

global r k cp ac pm tm pas tas ta1 tb1 pman vg
rhoasp A B B1 D ma1 mb1 p1 va1 vb1 mas x0 u etau etad
%Area di gola dell'ugello coefficiente di perdita 0.97
ag=0.97*mt*tm^(1/2)*pm^(-1)*(r*k1^(-1)*
*((k1+1)/2)^((k1+1)/(k1-1)))^(1/2);
%numero di mach nella sezione1 per il fluido aspirato
mb1=(((pas/p1)^(1/B)-1)*(etau/A))^(1/2);
%numero di mach nella sezione1 per il fluido motore
ma1=(((pm/p1)^(1/B)-1)*(etau/A))^(1/2);
%area di passaggio per il fluido motore nella sezione 1
aa1=ag*ma1^(-1)*((2/(k2+1))*(1+A*ma1^2))^((k2+1)/(2*(k2-1)));
%area di passaggio per il fluido aspirato nella sezione 1

```

```
ab1=ac-aa1;
%velocità del fluido motore nella sezione 1
va1=ma1*(k*r*tm*(1+A*ma1^2)^(-1))^(1/2);
%velocità del fluido aspirato nella sezione 1
vb1=mb1*(k*r*ta*(1+A*mb1^2)^(-1))^(1/2);
%temperatura del fluido aspirato nella sezione 1
tb1=ta/(1+A*mb1^2);
%temperatura del fluido motore nella sezione 1
ta1=tm/(1+A*ma1^2);
%densità del fluido aspirato nella sezione 1
rho1=rhoasp*(1+A*mb1^2)^(-D);
%portata aspirata
mas=vb1*rho1*ab1;
%%%OPZIONI PER IL COMANDO FSOLVE%%%
options=optimset('TolFun',1e-10,'MaxFunEval',1e6,'MaxIter',1e6);
u=fsolve('sistp',x0,options);
%%%velocità nella sezione 2 camera di mix
v3=u(1)*vg;
%%%temperatura nella sezione 2 camera di mix
p3=u(2)*vg^2*rhoasp;
%%%densità nella sezione 2 camera di mix
rho3=u(3)*rhoasp;
%%%temperatura nella sezione 2 camera di mix
t3=p3/(rho3*r);
%%%velocità del suono nella sezione 2 camera di mix
a3=(k*r*t3)^(1/2);
%%%Mach sezione 2 camera di mix
m3=v3/a3;
%%%modellazione dello shock
if m3<=1
pman=p3*(etad*A*m3^2+1)^B;

elseif m3>=1
p4=p3*(1+(2*k/(k+1))*(m3^2-1));
m4=((1+A*m3^2)/(k*m3^2-A))^(1/2);
pman=p4*(etad*A*m4^2+1)^B;
end
%%%pressione di mandata
y=pman;
```


File Matlab *function* 'SISTP'. Funzione rappresentante il sistema di equazioni di caratterizzazione della sezione di uscita della camera di miscelamento.

```
function f=sistp(x)
global rhoasp vg p1 ac mt mas va1 ta1 vb1 tb1 tas tm cp r
%%%il sistema è adimensionalizzato per favorire
%%%la ricerca della soluzione
%%%DEFINIZIONE DELLE INCOGNITE ADIMENSIONALIZZATE
%x(1)=v3/vg
%%parametro di adimensionalizzazione:
%%velocità nella gola dell'ugello
%x(2)=p3/(vg^2*rhoasp)
%%parametro di adimensionalizzazione:
%%quadrato della velocità nella gola %dell'ugello x la
%%densità dello stato di aspirazione
%x(3)=rho3/rhoaps
%%parametro di adimensionalizzazione:
%%la densità dello stato di aspirazione
%%EQUAZIONI SISTEMA%%%%%%%%%
f(1)=vg^(-2)*rhoasp^(-1)*p1+vg^(-2)*rhoasp^(-1)*ac^(-1)*mt*va1+
+vg^(-2)*rhoasp^(-1)*ac^(-1)*mas*vb1-
-vg^(-1)*rhoasp^(-1)*ac^(-1)*(mt+mas)*x(1)-x(2);

f(2)=vg^(-3)*rhoasp^(-1)*ac^(-1)*(mt*(cp*ta1+va1^2*2^(-1))+
+mas*(cp*tb1+vb1^2*2^(-1)))-
-vg^(-1)*rhoasp^(-1)*ac^(-1)*(mt+mas)*cp*x(2)*x(3)^(-1)*r^(-1)-
-vg^(-1)*rhoasp^(-1)*ac^(-1)*(mt+mas)*x(1)^2*2^(-1);

f(3)=vg^(-1)*rhoasp^(-1)*ac^(-1)*(mt+mas)-x(1)*x(3);
```

Appendice B

File Matlab 2

File Matlab per la caratterizzazione dell'iniettore nel Regime di Miscelamento.

```
clear all
clc

global r k cp ac pm tm pas tas pman vg rhoasp A B B1 D mt x0 u
etau etad
%%%%%%%%DEFINIZIONE DATI DI INGRESSO%%%%%%%%
%%AREA CAMERA DI MISCELAMENTO%%
ac=1256.4e-6;
%%DATI VAPORE%%
r=461.7;%-----costante dei gas per vapore
k=1.3;%-----rapporto calori specifici
cp=k*r/(k-1);%-----calore specifico a pressione costante
pm=1.2e6;%-----pressione motore
tm=461.03;%-----temperatura motore
pas=2.9e5;%-----pressione aspirato
tas=405.24;%-----temperatura aspirato
rhoasp=pas/(tas*r);%--densità aspirazione
rhom=pm/(tm*r);%-----densità motore
vg=((2*k*r)/(k+1)*tm)^(1/2);%velocità in uscita da ugello
%%COSTANTI IMPIEGATE NELLE EQUAZIONI
A=(k-1)/2;
B=k/(k-1);
B1=k1/(k1-1);
D=1/(k-1);
%%COEFFICIENTI DI PERDITA%%%%%%%%
```

```

etad=0.85;%coefficiente per tratto 0-1 camera di miscelamento
etau=0.85;%coefficiente per diffusore
%%%Inizializzazioone dei vettori contenenti i dati della
%%%portata motrice e aspirata
Mt=[];
Mas=[];
%valore di inizio per ricercare la soluzione del sistema
%per le equazioni tra sezioni 1-2 camera di miscelamento
x0=[1 1 1];
%tolleranza di precisione sulla pressione di mandata desiderata
delta=0.1e2;
%massimo numero di iterazioni
max_iter=10000;
%limite inferiore del regime di miscelamento
%portata motrice min
mt_inf=0.2223;
%limite superiore del regime di miscelamento
%portata motrice max
mt_max=0.3596;
%%ciclo for di variazione della portata motrice
%%all'interno dei limiti sopra definiti
for mt=mt_inf:0.001:mt_max
%Definizione della pressione di mandata desiderata
pman_rif=4e5;
%limite inferiore della pressione nella sezione 1
%max portata aspirata
p1_inf=pas/(1+A*(etau)^(-1))^(B);
%limite superiore della pressione nella sezione 1
%(no portata motrice)
p1_max=pas;
%%%%%%%%%METODO DI BISEZIONE%%%%%%%%%
%Valutazione della funzione negli estremi
p1=p1_inf;
fa=feval('sistema',p1);
p1=p1_max;
fb=feval('sistema',p1);

if fa==pman_rif
    p1=p1_inf;
    f=feval('sistema',p1);
end

```

```

if fb==pman_rif
    p1=p1_max;
    f=feval('sistema',mt);
end
if (fa<pman_rif)&(fb>pman_rif)
    z1=p1_inf;
    z2=p1_max;
    for x=1:1:max_iter
        c(x)=(z1+z2)/2;
        p1=c(x);
        fc(x)=feval('sistema',p1);
        x0=u;
        X=[X x0];
        if sign(fc(x)-pman_rif)==sign(fa-pman_rif)
            z1=c(x);
        else
            z2=c(x);
        end
        if (pman_rif-delta<fc(x))&(fc(x)<pman_rif+delta);
            f=feval('sistema',c(x));

            break
        end
    end
end
end
%valutazione dei parametri del modello una volta
%trovata la p1 ricercata con il metodo di bisezione
ag=mt*tm^(1/2)*pm^(-1)*(r*k1^(-1)*((k1+1)/2)^((k1+1)/(k1-1)))^(1/2);
mb1=(((pas/p1)^(1/B)-1)*(1/A)*etau)^(1/2);
ma1=(((pm/p1)^(1/B)-1)*(1/A)*etau)^(1/2);
aa1=ag*ma1^(-1)*((2/(k2+1))*(1+A*ma1^2))^(1/2);
ab1=ac-aa1;
va1=ma1*(k*r*tm*(1+A*ma1^2)^(-1))^(1/2);
vb1=mb1*(k*r*ta*(1+A*mb1^2)^(-1))^(1/2);
rhob1=rhoasp*(1+A*mb1^2)^(-D);
mas=vb1*rhob1*ab1;
%%%Costurzione dei vettori rappresentanti la caratteristica
%%%ottenuta dal modello dell'iniettore
Mas=[Mas mas];
Mt=[Mt mt];

```

end

File Matlab *function* 'SISTEMA'. Funzione che per una data portata motrice \dot{m}_t , permette di ottenere la pressione di mandata p'_{man} . La funzione 'SISTP' richiamata all'interno di questo file è lo stesso definito nell'appendice A.

```
function y=f(p1);

global r k cp ac pm tm pas tas ta1 tb1 pman vg
rhoasp A B B1 D ma1 mb1 mt va1 vb1 mas x0 u etau etad
%Area di gola dell'ugello coefficiente di perdita 0.97
ag=0.97*mt*tm^(1/2)*pm^(-1)*(r*k1^(-1)*
*((k1+1)/2)^((k1+1)/(k1-1)))^(1/2);
%numero di mach nella sezione1 per il fluido aspirato
mb1=((pas/p1)^(1/B)-1)*(etau/A))^(1/2);
%numero di mach nella sezione1 per il fluido motore
ma1=((pm/p1)^(1/B)-1)*(etau/A))^(1/2);
%area di passaggio per il fluido motore nella sezione 1
aa1=ag*ma1^(-1)*((2/(k2+1))*(1+A*ma1^2))^((k2+1)/(2*(k2-1)));
%area di passaggio per il fluido aspirato nella sezione 1
ab1=ac-aa1;
%velocità del fluido motore nella sezione 1
va1=ma1*(k*r*tm*(1+A*ma1^2)^(-1))^^(1/2);
%velocità del fluido aspirato nella sezione 1
vb1=mb1*(k*r*tas*(1+A*mb1^2)^(-1))^^(1/2);
%temperatura del fluido aspirato nella sezione 1
tb1=tas/(1+A*mb1^2);
%temperatura del fluido motore nella sezione 1
ta1=tm/(1+A*ma1^2);
%densità del fluido aspirato nella sezione1
rhob1=rhoasp*(1+A*mb1^2)^(-D);
%portata aspirata
mas=vb1*rhob1*ab1;
%%OPZIONI PER IL COMANDO FSOLVE%%
options=optimset('TolFun',1e-10,'MaxFunEval',1e6,'MaxIter',1e6);
u=fsolve('sistp',x0,options);
%%velocità nella sezione 2 camera di mix
v3=u(1)*vg;
```

```

%%%temperatura nella sezione 2 camera di mix
p3=u(2)*vg^2*rhoasp;
%%%densità nella sezione 2 camera di mix
rho3=u(3)*rhoasp;
%%%temperatura nella sezione 2 camera di mix
t3=p3/(rho3*r);
%%%velocità del suono nella sezione2 camera di mix
a3=(k*r*t3)^(1/2);
%%%Mach sezione 2 camera di mix
m3=v3/a3;
%%%modellazione dello shock
if m3<=1
pman=p3*(etad*A*m3^2+1)^B;
elseif m3>=1
p4=p3*(1+(2*k/(k+1))*(m3^2-1));
m4=((1+A*m3^2)/(k*m3^2-A))^(1/2);
pman=p4*(etad*A*m4^2+1)^B;
end
%%%pressione di mandata
y=pman;

```

File Matlab di caratterizzazione del Regime Supersonico

```

%%%%%%%%DEFINIZIONE DATI DI INGRESSO%%%%%%%%
%%AREA CAMERA DI MISCELAMENTO%%
ac=1256.4e-6;
%%DATI VAPORE%%
r=461.7;%-----costante dei gas per vapore
k=1.3;%-----rapporto calori specifici
cp=k*r/(k-1);%-----calore specifico a pressione costante
pm=1.2e6;%-----pressione motore
tm=461.03;%-----temperatura motore
pas=2.9e5;%-----pressione aspirato
tas=405.24;%-----temperatura aspirato
rhoasp=pas/(tas*r);%--densità aspirazione
rhom=pm/(tm*r);%-----densità motore
vg=((2*k*r)/(k+1)*tm)^(1/2);%velocità in uscita da ugello
%%COSTANTI IMPIEGATE NELLE EQUAZIONI
A=(k-1)/2;
B=k/(k-1);
B1=k1/(k1-1);

```

```

D=1/(k-1);
%%%COEFFICIENTI DI PERDITA%%%%%%%%
etau=0.85;%coefficiente per tratto 0-1 camera di miscelamento
%%%Inizializzazioone dei vettori contenenti i dati della
%%%portata motrice e aspirata
Mt=[];
Mas=[];
%pressione sezione1
p1=pas/(1+A*(etau)^(-1))^B;
%caratterizzazione fluido aspirato sezione 1
mb1=((pas/p1)^(1/B)-1)*(etau/A))^(1/2);
vb1=mb1*(k*r*ta*(1+A*mb1^2)^(-1))^(1/2);
rhob1=rhoasp*(1+A)^(-D);
%valore inferiore della portata per questo regime di
%funzionamento
mt_max_mu=0.3596;
for mt=mt_max_mu:.0001:0.45
    ag=mt*tm^(1/2)*pm^(-1)*(r*k1^(-1)*
    *((k1+1)/2)^((k1+1)/(k1-1)))^(1/2);
    ma1=((pm/p1)^(1/B)-1)*(etau/A))^(1/2);
    aa1=ag*ma1^(-1)*((2/(k2+1))*
    *(1+A*ma1^2))^((k2+1)/(2*(k2-1)));
    ab1=ac-aa1;
    %portata aspirata
    mas=vb1*rhob1*ab1;
    %%%Costurzione dei vettori rappresentanti la caratteristica
    %%%ottenuta dal modello dell'iniettore
    Mt=[Mt mt];
    Mas=[Mas mas];
end

```

Appendice C

File Matlab 3

File Matlab per la progettazione dell'iniettore a geometria fissa.

```
clear all
clc
global rhoasp vg p1 ac mt mas va1 vb1 tas tm ta1 tb1 cp r
%%DATI%%
r=461.7;
k=1.3;
cp=k*r/(k-1);
pman_p=3.36e5;
pm=1.6e6;
tm=474.45;
pas=1.9e5;
tas=391.49;
mt=1.2;
rhoasp=pas/(tas*r);
rhom=pm/(tm*r);
etau=0.9;
etad=0.85;
%Costanti impiegate nei calcoli
A=(k-1)/2;
B=k/(k-1);
B1=k1/(k1-1);
D=1/(k-1);
x0=[0.5 0.5 0.5];
%--Valore del numero di Mach di progetto quello unitario!!!
mb1=1;
%velocità nella sezione di gola ugello
```

```

vg=((2*k*r)/(k+1)*tm)^(1/2);
ag=(0.98)^(-1*mt*tm^(1/2)*pm^(-1)*(r*k1^(-1)*
*((k1+1)/2)^((k1+1)/(k1-1)))^(1/2);
p1=pas/(1+A*(etau)^(-1))^B;
ma1=((pm/p1)^(1/B)-1)*(etau/A))^(1/2);
ta1=tm/(1+A*ma1^2);
tb1=tas*2/(k+1);
va1=ma1*(k*r*tm*(1+A*ma1^2)^(-1))^^(1/2);
vb1=mb1*(k*r*tas*(1+A*mb1^2)^(-1))^^(1/2);
rhob1=rhoasp*(1+A*mb1^2)^(-D);
aa1=ag*ma1^(-1)*((2/(k2+1))*
*(1+A*ma1^2))^((k2+1)/(2*(k2-1)));
ac1=aa1;
for ac=ac1+1e-6:1e-6:1e6
ab1=ac-aa1;
mas=vb1*rhob1*ab1;
if ab1>0
options=optimset('TolFun',10^-8,
'MaxFunEval',1000000,'MaxIter',1000000);
u=fsolve('sistp1',x0,options);
%%%calcolo dei valori relativi all'uscita
%%%della camera di mix
v3=u(1)*vg;
p3=u(2)*vg^2*rhoasp;
rho3=u(3)*rhoasp;
t3=p3/(rho3*r);
a3=(k*r*t3)^(1/2);
m3=v3/a3;
%%% Diffusore no shock
if m3<=1
pman=p3*(etad*A*m3^2+1)^B;
%%% Diffusore con shock
elseif m3>=1
p4=p3*(1+(2*k/(k+1))*(m3^2-1));
m4=((1+A*m3^2)/(k*m3^2-A))^(1/2);
pman=p4*(etad*A*m4^2+1)^B;
end
pman;
x0=u;

```

```
end
    %%%% Condizione di arresto schema iterativo
    if pman<=pman_p
        ac
        break
    end
```

```
end
```

All'interno si richiama la funzione Matlab *function* 'SISTP1'. Funzione rappresentante il sistema di equazioni di caratterizzazione della sezione di uscita della camera di miscelamento.

```
function f=sistp1(x)
global rhoasp vg p1 ac mt mas va1 vb1 tas tm ta1 tb1 cp r
%%%%Variabili adimensionalizzate
%x(1)=v3/vg
%x(2)=p3/(vg^2*rhoasp)
%x(3)=rho3/rhoaps

f(1)=vg^(-2)*rhoasp^(-1)*p1+vg^(-2)*rhoasp^(-1)*ac^(-1)*mt*va1+
+vg^(-2)*rhoasp^(-1)*ac^(-1)*mas*vb1-
-vg^(-1)*rhoasp^(-1)*ac^(-1)*(mt+mas)*x(1)-x(2);

f(2)=vg^(-3)*rhoasp^(-1)*ac^(-1)*(mt*(cp*ta1+va1^2/2)+
+mas*(cp*tb1+vb1^2/2))-vg^(-1)*rhoasp^(-1)*ac^(-1)*
*(mt+mas)*cp*x(2)*x(3)^(-1)*r^(-1)-
-vg^(-1)*rhoasp^(-1)*ac^(-1)*(mt+mas)*x(1)^2*2^(-1);

f(3)=vg^(-1)*rhoasp^(-1)*ac^(-1)*(mt+mas)-x(1)*x(3);
```

Appendice D

File Matlab 4

File Matlab per la caratterizzazione dell' iniettore a geometria fissa.
File Matlab per ricerca della portata minima aspirabile

```
clear all
clc
global r k cp ac ag tm pas tas pman vg
rhoasp A B B1 D p1 mt x0 u etau etad
%%%DATI%%%
r=461.7;
k=1.3;
cp=k*r/(k-1);
dc=80e-3;
dg=26.14e-3;tm=474.45;
pas=0.9e5;
tas=369.74;rhoasp=pas/(tas*r);
vg=((2*k*r)/(k+1)*tm)^(1/2);
ac=(pi/4)*dc^2;
ag=(pi/4)*dg^2;
A=(k-1)/2;
B=k/(k-1);
B1=k1/(k1-1);
D=1/(k-1);
etad=0.85;
etau=0.9;
Mt=[];
Mas=[];
Pint=[];
x0=[1 1 1];
```

```

%tolleranza di precisione sulla pressione di mandata desiderata
delta=0.1;
%massimo numero di iterazioni
max_iter=10000;
%Il min si ha in corrispondenza di valore di p1
uguale al valore della pressione di aspirazione
p1=pas;
%Definizione della pressione di mandata desiderata
pman_rif=2e5;
%for mt=0.01:0.001:0.25
%estremo inferiore di variazione di mt
pm_inf=12e5*0.54;
mt_inf=0.97*ag*pm_inf*tm^(-1/2)*(r*k1^(-1)*
*((k1+1)/2)^((k1+1)/(k1-1)))^(-1/2);
%estremo superiore di variazione mt
mt_max=1.9;
%Valutazione della funzione negli estremi

mt=mt_inf;
fa=feval('sistema',mt)
mt=mt_max;
fb=feval('sistema',mt)

if fa==pman_rif
    mt=mt_inf;
    f=feval('sistema',mt);
end
if fb==pman_rif
    mt=mt_max;
    f=feval('sistema',mt);
end
if (fa<pman_rif)&(fb>pman_rif)
    z1=mt_inf;
    z2=mt_max;
    for x=1:1:max_iter
        c(x)=(z1+z2)/2;
        mt=c(x);
        fc(x)=feval('sistema',mt);
        x0=u;
        X=[X x0];
        if sign(fc(x)-pman_rif)==sign(fa-pman_rif)

```

```

                z1=c(x);
            else
                z2=c(x);
            end
            if (pman_rif-delta<fc(x))&(fc(x)<pman_rif+delta);
                f=feval('sistema',c(x));
            break
        end
    end
end
mt
pm=mt*(tm)^(1/2)*(0.97*ag)^(-1)*(r*k^(-1)*((k+1)/2)^((k+1)/(k-1)))^(1/2)

```

Funzione Matlab "SISTEMA" utilizzata nel file precedente.

```

function y=f(mt);

global r k cp ac ag tm pas tas ta1 tb1 pman vg rhoasp
A B B1 D ma1 mb1 p1 va1 vb1 mas x0 u etau etad
pm=mt*(tm)^(1/2)*(0.97*ag)^(-1)*
*(r*k^(-1)*((k+1)/2)^((k+1)/(k-1)))^(1/2);
mb1=((pas/p1)^(1/B)-1)*(etau/A))^(1/2);
ma1=((pm/p1)^(1/B)-1)*(etau/A))^(1/2);
aa1=ag*ma1^(-1)*((2/(k2+1))*(1+A*ma1^2))^(1/2);
ab1=ac-aa1;
va1=ma1*(k*r*tm*(1+A*ma1^2)^(-1))^(1/2);
vb1=mb1*(k*r*tas*(1+A*mb1^2)^(-1))^(1/2);
tb1=tas/(1+A*mb1^2);
ta1=tm/(1+A*ma1^2);
rhob1=rhoasp*(1+A*mb1^2)^(-D);
mas=vb1*rhob1*ab1;
mb1=((pas/p1)^(1/B)-1)*(1/A))^(1/2);
ma1=((pm/p1)^(1/B)-1)*(1/A))^(1/2);
options=optimset('TolFun',10^-10,'MaxFunEval',
,1000000,'MaxIter',1000000);
u=fsolve('sistp',x0,options);
v3=u(1)*vg;
p3=u(2)*vg^2*rhoasp;

```

```

rho3=u(3)*rhoasp;
t3=p3/(rho3*r);
a3=(k*r*t3)^(1/2);
m3=v3/a3;
if m3<=1
pman=p3*(etad*A*m3^2+1)^B;
elseif m3>=1
p4=p3*(1+(2*k/(k+1))*(m3^2-1));
m4=((1+A*m3^2)/(k*m3^2-A))^(1/2);
pman=p4*(etad*A*m4^2+1)^B;
end
y=pman;

```

Funzione "SISTP", rappresentante il sistema di equazioni per la camera di miscelamento

```

function f=sistp(x)
global rhoasp vg p1 ac mt mas va1 ta1 vb1 tb1 tas tm cp r
%%%Variabili adimensionalizzate
%x(1)=v3/vg
%x(2)=p3/(vg^2*rhoasp)
%x(3)=rho3/rhoaps
% f(1)= ac*p1+mt*va1+mas*vb1-(mt+mas)*x(1)-x(2)*ac;
% f(2)=(mt*tm+mas*tas)*cp-(mt+mas)*(cp*x(3)+x(1)^2*2^(-1));
% f(3)=(mt+mas)-x(2)*x(1)*ac*x(3)^(-1)*r^(-1);
f(1)=vg^(-2)*rhoasp^(-1)*p1+vg^(-2)*rhoasp^(-1)*ac^(-1)*mt*va1+vg^(-2)*
*rhoasp^(-1)*ac^(-1)*mas*vb1-vg^(-1)*rhoasp^(-1)*ac^(-1)*(mt+mas)*x(1)-x(2);
f(2)=vg^(-3)*rhoasp^(-1)*ac^(-1)*(mt*(cp*ta1+va1^2*2^(-1))+mas*
*(cp*tb1+vb1^2*2^(-1))-vg^(-1)*rhoasp^(-1)*ac^(-1)*(mt+mas)*cp*x(2)*
*x(3)^(-1)*r^(-1)-vg^(-1)*rhoasp^(-1)*ac^(-1)*(mt+mas)*x(1)^2*2^(-1);
f(3)=vg^(-1)*rhoasp^(-1)*ac^(-1)*(mt+mas)-x(1)*x(3);

```

File Matlab per ricerca della portata massima aspirabile

```

clear all
clc
global r k cp ag ac tm pas tas pman vg
rhoasp A B B1 D p1 mt x0 u etau etad
%%%DATI%%%
r=461.7;
k=1.3;
cp=k*r/(k-1);

```

```
dc=80e-3;
dg=26.14e-3;
tm=474.45;
pas=0.9e5;
tas=369.74;
rhoasp=pas/(tas*r);
vg=((2*k*r)/(k+1)*tm)^(1/2);
ac=(pi/4)*dc^2;
ag=(pi/4)*dg^2;
A=(k-1)/2;
B=k/(k-1);
B1=k1/(k1-1);
D=1/(k-1);
etad=0.85;
etau=0.9;
Pman=[];
P1=[];
Ma1=[];
Mb1=[];
Mt=[];
Mas=[];
Pint=[];
X=[];
x0=[1 1 1];
%tolleranza di precisione sulla pressione
%di mandata desiderata
delta=0.1;
%massimo numero di iterazioni
max_iter=10000;
%Il max si ha in corrispondenza di valore di p1 tale
%da ottenere un mach unitario
p1=pas/(1+A*(etau)^-1)^(B);
%Definizione della pressione di mandata desiderata
pman_rif=2e5;
%for mt=0.01:0.001:0.25
%estremo inferiore di variazione di mt ( il valore minimo è
%imposto dalla condizione di avere nelle condizioni di
%gola dell'ugello Mach unitario Pm_inf=Pm*0.54 all'incirca)
pm_inf=12e5*0.54;
mt_inf=0.97*ag*pm_inf*tm^(-1/2)*(r*k1^(-1)*
*((k1+1)/2)^((k1+1)/(k1-1)))^(-1/2);
```

```

%estremo superiore di variazione mt
mt_max=1.6;
%Valutazione della funzione negli estremi
mt=mt_inf;
fa=feval('sistema',mt)
mt=mt_max;
fb=feval('sistema',mt)
if fa==pman_rif
    mt=mt_inf;
    f=feval('sistema',mt);
end
if fb==pman_rif
    mt=mt_max;
    f=feval('sistema',mt);
end
if (fa<pman_rif)&(fb>pman_rif)
    z1=mt_inf;
    z2=mt_max;
    for x=1:1:max_iter
        c(x)=(z1+z2)/2;
        mt=c(x);
        fc(x)=feval('sistema',mt);
        x0=u;
        X=[X x0];
        if sign(fc(x)-pman_rif)==sign(fa-pman_rif)
            z1=c(x);
        else
            z2=c(x);
        end
        if (pman_rif-delta<fc(x))&(fc(x)<pman_rif+delta);
            f=feval('sistema',c(x));

            break
        end
    end
end
mt
pm=mt*(tm)^(1/2)*(0.97*ag)^(-1)*(r*k^(-1)*
*((k+1)/2)^((k+1)/(k-1)))^(1/2)

```


File Matlab per la caratterizzazione del Regime di Miscelamento

```
clear all
clc

global r k cp ac ag tm pas tas pman
vg rhoasp A B B1 D p1 mt x0 u etau etad

%%DATI%%
r=461.7;
k=1.3;
cp=k*r/(k-1);
dc=80e-3;
dg=26.14e-3;
tm=474.45;
pas=0.9e5;
tas=369.74;
rhoasp=pas/(tas*r);
vg=((2*k*r)/(k+1)*tm)^(1/2);
ac=(pi/4)*dc^2;
ag=(pi/4)*dg^2;
A=(k-1)/2;
B=k/(k-1);
B1=k1/(k1-1);
D=1/(k-1);
etad=0.85;
etau=0.9;
Ma1=[];
Mb1=[];
Mt=[];
Mas=[];
Pint=[];
x0=[1 1 1];
%tolleranza di precisione sulla pressione
%di mandata desiderata
delta=0.1e2;
%massimo numero di iterazioni
max_iter=10000;
mt_inf=0.7132;
mt_max=0.7897;
%Il max si ha in corrispondenza di valore di p1
```

```
%tale da ottenere un mach unitario
for mt=mt_inf:0.001:mt_max
%Definizione della pressione di mandata desiserata
pman_rif=2e5;
%for mt=0.01:0.001:0.25
%estremo inferiore di variazione di mt

p1_inf=pas/(1+A*(etau)^(-1))^B);;

%estremo superiore di variazione mt

p1_max=pas;
%Valutazione della vunzione negli estremi

p1=p1_inf;
fa=feval('sistema',p1);
p1=p1_max;
fb=feval('sistema',p1);

if fa==pman_rif
    p1=p1_inf;
    f=feval('sistema',p1);
end
if fb==pman_rif
    p1=p1_max;
    f=feval('sistema',mt);
end
if (fa<pman_rif)&(fb>pman_rif)
    z1=p1_inf;
    z2=p1_max;
    for x=1:1:max_iter
        c(x)=(z1+z2)/2;
        p1=c(x);
        fc(x)=feval('sistema',p1);
        x0=u;
        X=[X x0];
        if sign(fc(x)-pman_rif)==sign(fa-pman_rif)
            z1=c(x);
        else
            z2=c(x);
        end
    end
end
```

```

        if (pman_rif-delta<fc(x))&(fc(x)<pman_rif+delta);
            f=feval('sistema',c(x));

            break

        end
    end
end
pm=mt*(tm)^(1/2)*(0.97*ag)^(-1)*(r*k^(-1)
**((k+1)/2)^((k+1)/(k-1)))^(1/2);
mb1=((pas/p1)^(1/B)-1)*(1/A)*etau)^(1/2);
ma1=((pm/p1)^(1/B)-1)*(1/A)*etau)^(1/2);
aa1=ag*ma1^(-1)*((2/(k2+1))*
*(1+A*ma1^2))^(k2+1)/(2*(k2-1)));
ab1=ac-aa1;
va1=ma1*(k*r*tm*(1+A*ma1^2)^(-1))^(1/2);
vb1=mb1*(k*r*tas*(1+A*mb1^2)^(-1))^(1/2);
rhob1=rhoasp*(1+A*mb1^2)^(-D);
mas=vb1*rhob1*ab1;
Mas=[Mas mas];
Mt=[Mt mt];
end

```

File per la caratterizzazione del Regime Supersonico

```

clear all
clc
%%%DATI%%%
r=461.7;
k=1.3;
k1=1.3;
k2=1.3;
cp=k*r/(k-1);
dc=80e-3;
dg=26.14e-3;
tm=474.45;
pas=0.9e5;
tas=369.74;
rhoasp=pas/(tas*r);
pm_max=1.6e6;
vg=((2*k*r)/(k+1)*tm)^(1/2);

```

```
ac=(pi/4)*dc^2;
ag=(pi/4)*dg^2;
A=(k-1)/2;
B=k/(k-1);
B1=k1/(k1-1);
D=1/(k-1);
etad=0.85;
etau=0.9;
Mt=[];
Mas=[];
x0=[1 1 1];
Mt=[];
Mas=[];
p1=pas/(1+A*(etau)^(-1))^B;
mb1=((pas/p1)^(1/B)-1)*(etau/A))^(1/2);
vb1=mb1*(k*r*ta*(1+A*mb1^2)^(-1))^1/2;
rhob1=rhoasp*(1+A)^(-D);
mt_max=0.97*ag*pm_max*tm^(-1/2)*(r*k1^(-1)*
*((k1+1)/2)^((k1+1)/(k1-1)))^(-1/2);
for mt=0.7897:0.001:mt_max
    pm=mt*(tm)^(1/2)*(0.97*ag)^(-1)*(r*k^(-1)*
*((k+1)/2)^((k+1)/(k-1)))^(1/2);
    ma1=((pm/p1)^(1/B)-1)*(etau/A))^(1/2);
    aa1=ag*ma1^(-1)*((2/(k2+1))*
*(1+A*ma1^2))^((k2+1)/(2*(k2-1)));
    ab1=ac-aa1;
    mas=vb1*rhob1*ab1;
    Mt=[Mt mt];
    Mas=[Mas mas];
end
Mt1=[ Mt];
Mas1=[ Mas];
figure(1)
plot(Mt1,Mas1)
```

Bibliografia

- [1] G.Cerri, G. Giraldi, G.D. Guizzi, D.Pitimada, E.Sciubba, R.Vivarelli
"Idrodinamica delle pompe a getto per applicazione ai BWR's", C.R.
CNEN.
- [2] J.H. Keenan, E.P. Neumann "An Investigation of Ejector Design by
Analysis and Experiment", Journal of Applied Mechanics, Sep.1950, pp
299-309.
- [3] J. Fabri, R. Siestrunk "Supersonic Air Ejectors", Advances in Ap-
plied Mechanics, Vol. V, H.L. Dryden and Th. von Karman (editors),
Accademic Press, New York, pp 1-33.
- [4] J. Fabri, J. Paulon "Theory and Experiments on Supersonic Ait-to-Air
Ejectors" NACA, TM-1410, Sep. 1958.
- [5] J.C. Dutton, C.D. Mikkelsen, A.L. Addy "A Theoretical and Ex-
perimental Investigation of the Costant Area, Supersonic-Supersonic
Ejector",AIAA Journal, Vol. 20, No 10, Oct. 1982, pp 1392-1400.
- [6] J.C. Dutton, B.F. Carroll "Limitation of Ejector Performance Due to
Exit Choking." Journal of Fluids Engineering, Vol. 110, March 1988.
- [7] J.C. Dutton, B.F. Carroll "Optimal Supersonic Ejector Design" Journal
of Fluids Engineering, Vol. 108, Dec. 1986, pp 414-420.
- [8] J. T. Munday, D. F. Bagster "A New Theory Applied to Steam Jet Re-
frigeration" Ind. Eng. Chem., Process Des. Dev, Vol.16, No 4, 1977, pp
442-449.
- [9] G.K. Alexis, E.D. Rogdakis "A verification study of steam-ejector
refrigeration model" Applied Thermal Engineering, 23, 2003, pp 29-36.
- [10] G. Grazzini, A. Mariani "A simple program to design a multistage Jet-
Pump for refrigeration cycles", Energy Convers. Mgmt, Vol. 39, No 16-
18, 1998, pp 1827-1834.

- [11] T. Sriveerakul, S. Aphornratana, K. Chunnanond *"Performance prediction of steam ejector using computational fluid dynamics: Part1. Validation of the CFD results."* International Journal of Thermal Sciences, 46, 2007, pp 812-822.
- [12] K.Pianthong, W. Seehanam, M. Behnia, T. Sriveerakul, S. Aphornratana *"Investigation and improvement of ejectors refrigeration system using computational fluid dynamics technique"* Energy Conversion and Management, Vol. 48, Issue 9, Sep. 2007, pp 2556-2564.
- [13] K. Chunnanond, S. Aphornratana, *"An experimental investigation of a steam ejector refrigeration: the analysis of the pressure profile along the ejector"* Applied Thermal Engineering, 24, 2004, pp 311-322.
- [14] Randheer L.Yadav, Ashwin W. Patwardhan *"Design aspect of ejectos: Effects of suction chamber geometry"* Chemical Engineering Science, 63, 2008, pp 3886-3897.
- [15] I.W. Eames, S. Aphornratana, Da-Wen Sun *"The jet-pumps cycle-A low cost refrigerator option powered by waste heat"* Heat Recovery Systems & CHP, Vol. 15, No 8, 1995, pp 711-721.
- [16] Kenneth E. Hickman, Gerald B. Gilbert, John H. Carey *"Analytical and experimental investigation of high entrainment jet pumps"* NASA C.R. 1602, July 1970.
- [17] H.K. Versteeg, W. Malalasekera *An introduction to Computational Fluid Dynamics. The Finite Volume Method* Pearson Prentice Hall, 1995, book.
- [18] N. Forgione *"Soluzione numerica di problemi di flusso di fluidi con contemporaneo scambio di calore e/o di massa"*
<http://www2.ing.unipi.it/d80082/cfd.pdf>